UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE – Campus Cascavel

Bárbara Crippa Bianchetto
Eliza Bruna Dalla Corte Andreola
Erika Diana Alves de Oliveira

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIAS E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

CASCAVEL – PR

2022

Bárbara Crippa Bianchetto

Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla
Erika Diana Alves de Oliveira

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIAS E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadora: Profª Ma. Priscila Friedemann Cardoso

CASCAVEL

2022

Lista de Figuras

Sumário

1. Introdução

Este presente relatório é referente ao estágio obrigatório realizado no primeiro semestre do ano letivo de 2022, o qual compõe a disciplina de Metodologias e Práticas de Ensino - Estágio Supervisionado I. O trabalho foi desenvolvido pelas acadêmicas do 3° ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), do campus de Cascavel, Bárbara Crippa Bianchetto, Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla e Erika Diana Alves de Oliveira e, orientado pela Professora Mestra Priscila Friedemann Cardoso.

Comentado [PFC1]: O trabalho foi desenvolvido...

A primeira parte deste relatório é composta pelo projeto do dia Nacional da Matemática, o qual foi realizado em escolas públicas da cidade de Cascavel no dia 06 de maio de 2022. Instaurado como lei em 2013, tornou-se obrigatória a prática de atividades matemáticas em escolas nesse dia.

Comentado [PFC2]: "... em escolas nesse dia."

Também faz parte deste trabalho o PROMAT que é um curso preparatório para o vestibular, desenvolvido pelo colegiado do curso de licenciatura em matemática. Estão presentes neste relatório os planejamentos, atividades e relatórios desenvolvidos durante o período de estágio, o qual teve início no dia 03 de março e se encerrou no dia 14 de maio de 2022.

2. Artigo

Como dito anteriormente, o foco do Promat é promover oportunidades de acesso ao Ensino Superior para alunos da rede pública. Ao planejar uma aula é fundamental conhecer quem é o nosso aluno e em qual ambiente educacional ele está inserido. Neste caso nossos alunos são estudantes das escolas públicas que estão recém voltando para o modo presencial de ensino após período remoto de estudos devido à pandemia de Covid-19.

Este período de pandemia impactou a organização social, econômica, política, e educacional ao redor do mundo. Diversos estudos sobre o aumento dos déficits educacionais e das desigualdades sociais estão sendo realizados. Segundo o estudo *Perda de Aprendizagem na pandemia*, parceria entre o Instituto Unibanco e o Insper, o déficit de aprendizagem dos estudantes devido a pandemia de Covid – 2019 é alarmante, os alunos que iniciaram a 3° série em 2021 apresentaram uma perda estimada de menos 10 na escala de proficiência em matemática.

> A escala de proficiência é uma medida de avaliação que apresenta, através de níveis de desempenho, a construção das habilidades pelos alunos. Ela traz uma análise pedagógica na divulgação dos resultados das avaliações educacionais em larga escala e através dela é possível construir um diagnóstico da aprendizagem do conjunto dos alunos, considerando as aprendizagens que foram e que não foram construídas. (PERRY, p. 73, 2009)

Segundo Bárbara Muniz Vieira (2022) a prova Saresp (2021) mostrou que a proficiência em matemática, comparada com o ano anterior, apresentou um recuo de 4,4%, sendo este o pior índice em 11 anos. A autora ainda ressalta que "na prática, o aluno da 3° série do ensino médio saiu da escola com proficiência de matemática adequada a de um estudante do 7° ano do ensino fundamental, uma defasagem de quase seis anos". (2022)

Com essas preocupações em mente, iniciamos o planejamento das aulas com a finalidade de ofertar uma aprendizagem significativa para esses estudantes e amenizar esta defasagem de aprendizagem.

Aprendizagem significativa

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 159), só temos uma aprendizagem significativa quando "[...] uma informação nova é adquirida mediante um esforço deliberado por parte do aprendiz em ligar a informação nova com conceitos ou proposições relevantes pré-existentes em sua estrutura cognitiva". Nesta mesma linha temos a concepção de Moreira (2012) que acredita que a "Aprendizagem significativa é aquela em que as ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não – arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe".

Assim, consideramos nas nossas práticas o importante papel dos conhecimentos prévios de nossos alunos. Afinal eles estão na última etapa da escolaridade básica, portanto já possuem uma gama de experiencias que devem ser valorizadas no decorrer das aulas.

Outro ponto que devemos considerar é que os nossos alunos vêm de diferentes localidades e, como eles já realizaram o ensino fundamental, é natural que surjam diversas formas de percepção de conceitos, por isso propomos como objetivo trabalhar com essas visões. Com isso, nós enquanto professoras também aprendemos, reforçando nossa crença na aprendizagem mútua entre professor-aluno.

Ausubel *apud* Santana (2013) ressalta duas condições essenciais que, quando atendidas, simultaneamente, promovem a aprendizagem significativa, são elas:

I. O material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo;
II. O aprendiz deve ter a predisposição para relacionar o novo material com os seus conhecimentos prévios.

Para Santana (2013) a responsabilidade do educador é preparar um material educativo que tenha um significado lógico, de forma que ele seja capaz de estabelecer uma relação de diálogo com o conhecimento prévio do estudante, até que eles compartilhem significados comuns.

Entretanto, apenas o material significativo não é capaz de promover a aprendizagem, é essencial o aluno estar aberto para aprender. A aula precisa despertar no aluno a intencionalidade de querer buscar mais, investigar e então dar sentido a este novo conhecimento ou enriquecer os conhecimentos prévios.

Cabe ao professor realizar esta transposição entre o saber a ser ensinado e o saber ensinado em sala de aula, de modo que o saber a ser ensinado apresente um sentido para o aluno, que provoque este desejo de aprender e compreender.

Resolução de problemas

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) ressaltam a importância de o professor conhecer diversas estratégias existentes para promover a aprendizagem, e então construir sua prática. Segundo os PCNs:

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

Segundo Onuchic (2014, p. 39) o ensino de matemática através da Resolução de Problemas é “[...] uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se encontram atualmente as escolas, onde se insere o relevante trabalho do educador matemático”.

Durante os planejamentos optamos por não nos prender a apenas uma tendência da Educação Matemática, visto que estamos construindo essa prática docente. Entretanto, apoiamos o trabalho na Resolução de Problemas, mais especificamente em problemas geradores, que apresentamos como desafios para os alunos.

Os problemas geradores eram disponibilizados na aula anterior do referente conteúdo, com o propósito de levantar discussões na turma e ouvir as diversas soluções. Pretendemos com essa abordagem construir um banco de dados com os conhecimentos prévios que os alunos mobilizaram e conhecer suas dificuldades. Para remodelar nossas práticas de acordo com essas informações.

...

O cálculo realizado pelos alunos

Entre as dificuldades que os alunos apresentaram durante os encontros, salientamos o cálculo mental e o cálculo escrito. Estimulamos os alunos a evitarem a utilização da calculadora durante as resoluções dos exercícios, isto porque eles estavam se preparando para os vestibulares e o Enem, nos quais não é permitido o uso de calculadora.

Nos PCNs são citados 4 tipos de cálculo: o cálculo mental, escrito, por estimativas e o cálculo produzido pela calculadora. Neste documento é recomendado que esses quatro tipos de cálculo devem conviver e se relacionar um com outro. Não devemos limitar o aluno ao uso de apenas um ou dois, quando este conhecimento pode ser útil em sua vida dentro e fora da escola. Portanto, devemos estimular o aluno a aperfeiçoar os procedimentos usados em cada cálculo.

Os alunos apresentaram um grande apego a calculadora, como consequência apresentavam uma carência nos demais cálculos. Entre as diversas situações observadas, ressaltamos a dificuldade no cálculo escrito das operações básicas com números com vírgula e no cálculo mental de multiplicação e divisão de dois números de 1 a 9. . Vale afirmar que nós não estamos condenando a calculadora, esta é uma ferramenta de extrema riqueza para a aprendizagem.

Segundo os PCNs,

Quanto ao uso da calculadora, constata-se que ela é um recurso útil para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação. A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos.

Assim elas podem ser utilizadas como eficiente recurso para promover a aprendizagem de processos cognitivos (BRASIL, p. 45, 1998).

Concluímos, ressaltando a importância de o professor equilibrar o uso dos quatro tipos de cálculo, instigando o aluno a tentar resolver pelo cálculo mental ou escrito e utilizar a calculadora para averiguar seus resultados.

A fim de alcançar a aprendizagem significativa e estimular a prática nos procedimentos de cálculo mental e escrito, trabalhamos com diversas representações do mesmo conceito e simplificações utilizando propriedades numéricas.

No decorrer do projeto fomos relembrando conceitos abordados nos encontros anteriores, e até mesmo conhecimento fora do planejamento, principalmente envolvendo multiplicação e divisão. Além disso, estimulamos os alunos a interpretar o texto e utilizar da sua criatividade para resolver e relacionar os problemas com a sua realidade.

Muitos alunos tentavam resolver os problemas utilizando algoritmos predeterminados, como o da divisão e soma de frações. Ressaltamos duas situações que nos chamou a atenção, são elas:

i. Uma aluna estava encontrando dificuldade em resolver, então trabalhamos com ela a relação com o dinheiro, algo da convivência dela. Num diálogo a aluna foi reparando que ela sabia repartir 7 reais para 4 pessoas, logo conseguiria achar este resultado.
ii. A turma apresentou grande dificuldade em somar frações com denominadores diferentes. Para superar este problema, optamos por trabalhar com diversas perspectivas da fração. São elas: somar a fração geometricamente, utilizar de frações equivalentes e por fim descobrindo o Mínimo Múltiplo Comum.

Considerações finais

A metodologia Resolução de Problemas foi essencial para promover a aprendizagem significativa e desenvolver o cálculo mental e escrito. Os desafios instigavam os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e sua criatividade, dessa maneira os alunos davam um sentido para suas ações, sem seguir necessariamente um algoritmo ou fórmula.

Ao finalizarmos o Promat vimos os alunos aprendendo com seus colegas e principalmente entre os grupos. Durante este período percebemos a evolução dos alunos, se soltando e tendo a liberdade de comentar suas ideias, expondo – as no quadro, encarando seus erros e ao mesmo tempo se desafiando.

Recebemos bons *feedbacks* dos alunos, de como o Promat estava ajudando nas aulas da escola e em estudos para vestibular ou Enem. Eles estavam relembrando os conhecimentos do Ensino Fundamental II.

3. Projeto Dia da Matemática

3.1. Plano de Aula

3.1.1. INTRODUÇÃO

Essa proposta tem por objetivo descrever as atividades a serem desenvolvidas em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, elaborado como trabalho complementar de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Nossa intenção com esse projeto é divulgar o Dia Nacional da Matemática, comemorado no dia 6 de maio em todo território nacional. Vamos explicar a criação e o objetivo desse dia especial para a educação. Junto da divulgação, vamos aplicar uma série de atividades que trabalham com conteúdo matemáticos já vistos pelos discentes, mas com uma abordagem mais didática e lúdica, de modo a promover interesse nos alunos pela disciplina de Matemática.

Essa proposta será aplicada no Colégio Estadual Horácio Ribeiro dos Reis nas turmas de 6° ao 9° ano, no período da manhã e da tarde. O Dia Nacional da Matemática tem objetivo trazer reflexões a respeito da educação matemática, apresentar novos modelos de ensino e aprendizagem, e resgatar o interesse dos alunos pela disciplina.

O dia 06 de maio foi escolhido em homenagem ao nascimento do matemático, escritor e educador brasileiro, Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido por seu pseudônimo, Malba Tahan. Há tempos que essa data já era comemorada informalmente no país, mas foi em 26 de junho de 2013 que a Presidenta da República, Dilma Rousseff, sancionou a lei n° 12.835, que instituiu que o Dia Nacional da Matemática deveria ser comemorado anualmente em todo território nacional.

3.1.2. OBJETIVOS GERAIS

• Divulgar o Dia Nacional da Matemática e promover a integração dos alunos;

• Realizar atividades lúdicas e dinâmicas envolvendo conteúdos de matemática;

• Constatar a importância de Malba Tahan na história da Matemática e da Educação Matemática;

• Ter um momento de recreação, trabalhando a matemática de forma divertida e interessante.

3.1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Com a realização do plano em questão, objetivamos que os alunos possam

- Compreender a importância do Dia Nacional da Matemática, sua origem e relação com o professor Júlio Cesar de Mello e Souza, além da lei federal que rege desde 2013;
- Conhecer a história de Malba Tahan, sua principal obra e notar a relação entre o estudo de frações com o problema dos 21 vasos, como um exemplo de situação cotidiana;
- Ter um momento para aplicar e praticar as operações básicas da matemática com atividades lúdicas;

3.1.4. PÚBLICO-ALVO

Esse projeto está destinado a alunos do Ensino Fundamental entre o 6° ao 9° ano, nos períodos da manhã e da tarde do Colégio Horácio Ribeiro dos Reis. As atividades dispostas para esse dia, abordam conteúdos já estudados por ambos os anos, porém em níveis de dificuldades diferentes, como as quatro operações básicas.

3.1.5. CRONOGRAMA

O projeto possui um tempo de execução de 8 horas, ocorrendo em toda a parte da manhã e da tarde.

3.1.6. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Inicialmente, durante o horário da aula de matemática, faremos uma breve introdução sobre o Dia Nacional da Matemática, apresentando a criação e objetivos dessa data. Um tempo de 10 minutos será necessário para essa introdução.

Em seguida, será proposto que resolvam individualmente a atividade introdutória listada abaixo, retirada da obra de Júlio Cesar de Mello e Souza. Essa atividade inicial foi escolhida por trabalhar com a operação de soma com quantidades inteiras e fracionárias, podendo ser resolvida por tentativa, usando desenhos e os cartões disponibilizados, ou trabalhando com operações com frações.

Após o tempo de 15 minutos para resolverem, vamos convidar algum aluno a expor oralmente sua resolução. Caso ninguém se ofereça, explicaremos a resolução no quadro, um tempo de 10 minutos será gasto nessa exposição.

No próximo momento, vamos organizar as carteiras da sala para colocar as cinco atividades do circuito planejado abaixo. Pediremos que se organizem em grupos de cinco elementos, podendo ser de seis dependendo da quantidade de alunos, desde que haja uma quantidade par de grupos.

Explicaremos que organizamos uma competição entre os grupos valendo uma caixa de bombom como prêmio para ser dado no final da atividade para o primeiro colocado. Como prêmio de participação, cada aluno vai receber um bis de chocolate.

Em cada uma das cinco atividades selecionadas, estarão dois grupos competindo pelos pontos que cada atividade distribui ao vencedor.

Para cada atividade, separamos um tempo de 15 minutos e ao final do circuito, vamos contar os pontos de cada grupo e premiar os vencedores.

1°Momento: Apresentação do Dia Nacional da Matemática.

Primeiramente, vamos pedir que os alunos ouçam a breve explicação sobre o Dia Nacional da Matemática, para que entendam a importância desta data. Vamos antes disso, perguntar a classe se eles já possuem algum conhecimento a respeito desse dia que queira compartilhar. Um tempo de 10 minutos será gasto nessa apresentação, logo após vamos seguir para a atividade dos 21 jarros.

Júlio Cesar Mello de Souza e Malba Tahan

Para falar sobre o Dia Nacional da Matemática, é essencial comentarmos sobre o professor, escritor e educador matemático brasileiro Júlio Cesar Mello de Souza. Nascido no Rio de Janeiro em 06 de maio de 1895, Júlio Cesar começou a lecionar com apenas 18 anos, formou-se em Engenharia Civil, mas nunca exerceu sua profissão. Em vez disso, dava aulas de Matemática e buscava sempre criar técnicas de ensino com o objetivo de tornar essa disciplina mais atrativa para seus alunos, usando jogos, histórias, problemas e desafios matemáticos.

No ano de 1925, em suas primeiras tentativas de publicações, Júlio Cesar não obteve sucesso, enviou cinco textos ao editor do jornal “O imparcial”, que nunca os notou. Então ele teve a ideia de reenviar esses textos usando um codinome, R. S. Slade, tomou o cuidado de criar um passado para esse nome, dizendo que pertencia a um famoso autor de Nova York. No dia seguinte, um de seus textos estava na primeira página.

Essa experiência fez com que Júlio Cesar, apaixonado pela cultura árabe, criasse outro pseudônimo para a publicação de suas obras, Malba Tahan. Para dar credibilidade ao novo personagem, ele escreveu uma pequena biografia: Ali lezid IzzEdim Ibn Salim Hank Malba Tahan, um famoso escritor árabe que nasceu na aldeia de Muzalit, em 1885, recebeu uma herança de seu pai, foi prefeito de El Medina, estudou em Istambul e no Cairo e faleceu em uma batalha em 1921.

Nesse mesmo ano, o professor Júlio Cesar publicou seu primeiro livro, chamado “Contos de Malba Tahan”. A primeira edição dessa obra ele assinou com seu próprio nome, tendo Malba Tahan apenas no título. Mas, em sua segunda edição, no entanto, o próprio Malba Tahan era o autor.

Em 1927, ele publicou seu segundo livro, “Céo de Allah”, também assinado pelo autor árabe, que acabou sendo premiado pela Academia

Brasileira de Letras. Ainda na década de 20, no ano de 1929, publicou os livros “Amor de Beduíno” e “Lendas do
Deserto”. Em 1931, o livro “Mil histórias sem fim” inaugurou o novo elenco de títulos que viriam a ser editados.

Júlio César escreveu ao longo de sua vida mais de 120 publicações, sendo 51 delas voltadas à Matemática. Sua obra de maior destaque veio em 1938 sendo “O homem que calculava”, livro que ele apresenta, por meio das proezas do personagem persa Beremiz Samir que se devota aos cálculos matemáticos, explorando uma infinidade de questões e desafios matemáticos, seguindo o estilo das narrativas do clássico Mil e Uma Noites.

Dia Nacional da Matemática e a Lei Federal n° 12.835

Foi em 1995 que um grupo de especialistas na vida e obra Malba Tahan, em comemoração ao centenário do grande escritor, propuseram a criação do dia da Matemática. Neste mesmo ano, foi aprovado pela Assembleia Legislativa do Rio de Janeiro e pela Câmara Municipal de São Paulo a criação da data comemorativa, no Estado do Rio de Janeiro e no Município de São Paulo.

Em 2004, a deputada Raquel Teixeira propôs um projeto de Lei ao Congresso Nacional para que o Dia Nacional da Matemática fosse celebrado em 6 de maio. A proposta não só homenageia a disciplina de Matemática, como propõe um momento de reflexão acerca do ensinar e do aprender, bem como incentivos por parte do Governo para a promoção de atividades culturais e educativas.

Foi apenas em 2013, no dia 26 de junho, a presidenta Dilma Rousseff sancionou a lei 12.835, que instituiu oficialmente o Dia Nacional da Matemática. O dia 6 de maio foi escolhido em homenagem a Malba Tahan.

O tempo previsto para esta atividade introdutória é de aproximadamente 10 minutos. Ao fim da atividade, será aberto um espaço para possíveis dúvidas e perguntas dos estudantes sobre o assunto abordado. Em seguida, a turma será dividida em quatro grupos, que revisarão entre as atividades a seguir.

2° Momento:

Grupo 1: Problema dos 21 vasos e sua resolução.

Para o problema dos 21 vasos, vamos separar um tempo de 20 minutos para apresentação da atividade e para que consigam resolver. Após esse período, um professor vai passar a resolução no quadro.

Atividade Introdutória: Problema dos 21 vasos.

Contaremos a história para os alunos, utilizando de materiais manipulativos para melhor compreensão do problema. O problema foi retirado do livro *O Homem que calculava*.

“Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:

- 7 cheios
- 7 meio cheios
- 7 vazios.

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade a meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?”

Após os alunos ouvirem a história narrada por nós, disponibilizaremos cartões anexo I, para simbolizar os 21 vasos. Diremos então que agora eles serão os calculistas e que devem solucionar o problema dos vasos, de modo que a divisão obedeça às condições impostas no problema. Quando percebermos que uma maioria já obteve uma solução, solicitaremos que compartilhem suas soluções, e por fim terminaremos a história com o problema solucionado.

“Beremiz depois de meditar em silêncio durante dois ou três minutos, respondeu:

-A divisão dos 21 vasos, que acabais de apresentar, ó Xeque, poderá ser feita sem grandes cálculos. Vou indicar a solução que me parece mais simples.

Ao primeiro sócio caberão:

- 3 vasos cheios;

- 1 meio cheio;
- 3 vazios;

Receberá desse modo, um total de 7 vasos. Ao segundo sócio caberão:

- 2 vasos cheios;
- 3 meio cheios;
- 2 vazios;

Este receberá também 7 vasos. A cota que tocará ao terceiro será igual à do segundo isto é:

- 2 vasos cheios;
- 3 meio cheios;
- 2 vazios;

Segundo a partilha que acabo de indicar, cada sócio receberá 7 vasos e a mesma porção de vinho. Com feito. Chamemos de 2 a porção de vinho com um vaso cheio, e 1 a porção de vinho do vaso meio cheio. O primeiro sócio de acordo com a partilha, receberá:

2 + 2 + 2 + 1. Essa soma é igual a 7 unidades de vinho. E cada um dos outros dois sócios receberá:

2 + 2 + 1 + 1 + 1. E essa soma é também igual a 7 unidade de vinho.

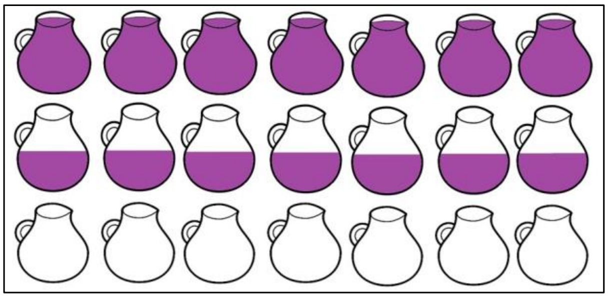
E isso vem a provar que a divisão por mim sugerida é certa e justa. O problema que na aparência é complicado, não oferece dificuldade quando resolvido numericamente.

A solução apresentada por Beremiz foi recebida com muito agrado, não só pelo Xeque, como também pelos seus amigos damascenos.

- Por Álah! – Exclamou o jovem da esmeralda. – Esse calculista é prodigioso! Resolveu de improviso um problema que nos parecia dificílimo.

Cartão para auxílio:

Figura 1 Visualização do problema



Grupo 2: Problema dos 60 melões

Inicialmente organizaremos a turma em grupos de quatro alunos para discutirem os problemas e realizarem o circuito.

Em seguida contaremos a história do problema extraído do livro *O homem que calculava* de Malba Tahan. Veja abaixo o problema:

O PROBLEMA DOS 60 MELÕES

Mac Allah! – exclamou Harim, dirigindo-se a Beremiz. - Foi o destino que mandou agora o grande calculista ao nosso encontro. Meu irmão Hamed acha-se atrapalhado com uma conta de 60 melões que ninguém sabe resolver. E Harim levounos até uma pequena casa, onde se achava o seu irmão Hamed Namir em companhia de vários mercadores, disse-lhes:

- Este homem que acaba de chegar é um grande matemático. Graças ao seu valioso auxílio já conseguimos obter a solução perfeita de um problema que nos parecia impossível: dividir 35 camelos por três pessoas! Estou certo de que ele poderá explicar em poucos minutos a diferença encontrada na venda dos 60 melões.

Era preciso que Beremiz fosse minuciosamente informado do caso. Um dos mercadores tomou a palavra e narrou o seguinte:

- Os dois irmãos Harim e Hamed encarregaram-se de vender no mercado duas partidas de melões. Harim entregou-me 30 melões, que deviam ser vendidos 3 por 1 real; Hamed entregou-me, também, 30 melões para os quais estipulou preço mais caro, isto é, 2 por 1 real. Era claro que, efetuada a venda, Harim devia receber 10 reais e seu irmão 15 reais. O total de venda seria, portanto de 25 reais.

Ao chegar, porém, à feira, uma dúvida surgiu-me no espírito. Se eu começar a venda pelos melões mais caros, pensei, perderei a freguesia; se iniciar o negócio pelos melões mais baratos, encontrarei, depois, dificuldade em vender os outros trinta. O melhor que tenho a fazer (a única solução para o caso) é vender as duas partidas ao mesmo tempo.

Tendo chegado a essa conclusão reuni os 60 melões e comecei a vendê-los aos grupos de 5 por 2 dinares. O negócio era justificado por um raciocínio muito simples:

- Se eu devia vender 3 por 1 e depois 2 também por 1 real, seria mais simples vender logo 5 por 2 reais. Vendidos os 60 melões em 12 lotes de cinco cada um, apurei 24 reais. Como pagar aos dois irmãos, se o primeiro devia receber 10 e o segundo 15 reais?

Havia uma diferença de 1 real, não sei como explicar, pois, o negócio foi feito, como disse, com o máximo cuidado.

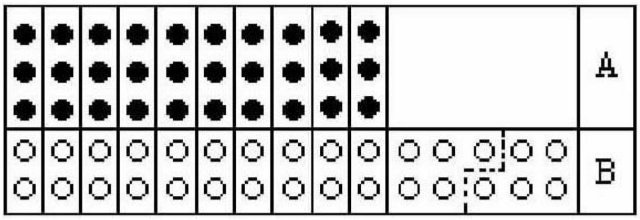
Você pode ajudar o comerciante a resolver este enigma?

Discussão com os alunos

Inicialmente deixaremos um tempo para os alunos tentarem explicar a diferença na venda, em seguida os estagiários irão ler novamente o problema com os alunos, para facilitar a compreensão.

Em seguida, caso os alunos não tenham conseguido chegar na solução, iremos escrever os dados do problema no quadro, denotando o lote de melões de Harim e
Hamed, como se os vendêssemos separados. Permitir que o aluno visualize que são lotes com quantidades diferentes, ver Figura 1, na qual A representa o lote de Harim, e B representa o lote de Hamed.

Figura 2 Problema dos melões



Fonte 1 (TAHAN, Malba. 1987)

Como podemos observar só conseguimos vender 10 conjuntos de melões de Harim e Hamed, sobrando 10 melões de Hamed, que deveriam ser vendidos a um preço de 2 por 1 real. O comerciante cometeu o erro de vender 5 por dois, ficando assim em prejuízo.

3° Momento: Circuito de jogos e distribuição de prêmio. Circuito de Jogos

Em seguida, vamos dividir a turma em no máximo cinco grupos e, cada grupo se ocupará com uma das atividades listadas abaixo. Daremos um tempo de 15 minutos para realizar cada atividade e depois solicitaremos que troquem entre os grupos, assim todos vão conseguir realizar uma atividade distinta. Se a turma tiver duas aulas disponíveis, planejamos aplicar todas as atividades abaixo, mas se a turma tiver apenas uma aula disponível, vamos aplicar apenas duas das atividades abaixo.
Essas duas atividades seriam o Tangram e a Torre de Hanoi.

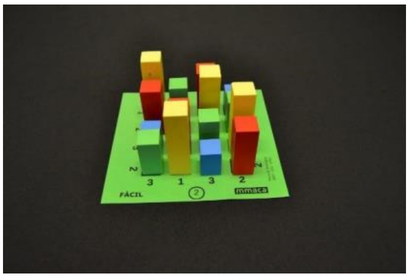
3.1.6.1. ATIVIDADE 1: Jogo dos Arranha-Céus

O jogo foi retirado do Museo da Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). O jogo consiste em colocar 16 prédios, simulados por peças de quatro alturas diferentes, em uma grade quatro por quatro. Como no Sudoku, em cada linha e coluna da grade devem ser colocados prédios de alturas diferentes de tal forma que a quantidade de arranha-céus visíveis desde cada posição, seja a indicada pelos números que aparecem nas bordas da grade.

Os grupos terão 10 minutos para posicionar os prédios corretamente e entregar para avaliação do professor, ganha o grupo que terminar no menor tempo possível. O grupo que terminar em primeiro lugar, vai receber 100 pontos, enquanto o grupo que terminou em segundo vai receber apenas 50 pontos. Se nenhum grupo terminar no tempo previsto, ninguém pontua.

Maquete do jogo dos Arranha-Céus:

Figura 3 Maquete do jogo dos Arranha-Céus.



Fonte 2 Museu da Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

3.1.6.2. ATIVIDADE 2: Jogo avança com o resto.

Regra do jogo: o objetivo do jogo é chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra FIM. O grupo que chegar nessa mesa será redividido em duplas, a fim de agilizar as rodadas do jogo, os integrantes da dupla movimentam a sua ficha colocada, inicialmente, na casa com o número 43. Cada dupla, na sua vez, joga o dado e constrói uma divisão em que:

* O dividendo é o número da casa onde sua ficha está; e o divisor é o número de pontos obtidos no dado.

Em seguida, calcula-se o resultado da divisão e movimenta a própria ficha numa quantidade de vezes equivalente ao número de casas igual ao resto da divisão. A equipe que efetuar o cálculo errado perde sua vez de jogar. Cada equipe deverá obter um resto que a faça chegar exatamente à casa marcada com FIM, sem ultrapassá-la.

Vence a equipe que chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra FIM. A equipe que ganhar vai receber 200 pontos como prêmio, e a equipe derrotada vai receber apenas 100 pontos. Caso os 15 minutos passe antes de haver um vencedor, ganha o grupo que estiver mais avançado na trilha.

Trilha dos restos:

Figura 4 Jogo: O Resto que Avansa

Fonte 3 Professor Cristiano dos Santos (http://profcristianosantos.blogspot.com/2013/03/trilha-do-restooperacoes-divisao.html).

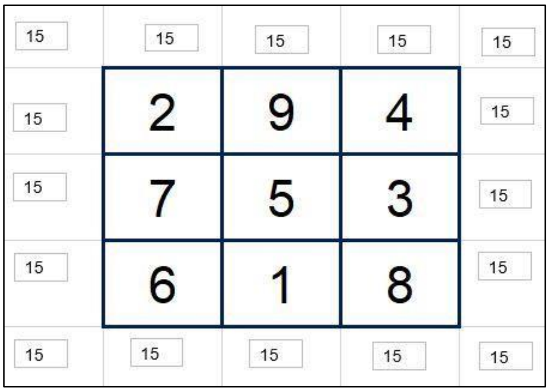
3.1.6.3. ATIVIDADE 3: Quadrados mágicos

Um quadrado mágico é uma tabela quadrada com n linhas e n colunas, ela é composta por números e cada linha, coluna e diagonal possui o mesmo valor ao somarem. Além disso, em toda tabela, nenhum número é repetido. Esse jogo foi escolhido por ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico, na organização numérica em relação à utilização de operações matemáticas e por utilizar somente a operação de soma, da qual eles estão mais habituados. Nessa atividade os alunos devem buscar o posicionamento adequado, seguindo a regra da soma constante em cada linha, coluna e diagonal.

Um exemplo de quadrado mágico seria o de três linhas por três colunas, apresentado nove células para preenchimento com os algarismos de um a nove. A soma de cada linha, coluna e diagonal, resultaria sempre no número 15.

Quadrado mágico de lado três:

Figura 5 Quadrado mágico de lado três:



.

Fonte 4 Autores

Com essa atividade, os alunos poderão perceber, com ou sem interferência do docente, da relação numérica chamada paridade. Essa relação é responsável pelas seguintes situações:

- A soma entre dois números pares resulta em um número par;
- A soma entre dois números ímpares resulta em um número par;
- A soma entre um número par e um número ímpar resulta em um número ímpar;

Conhecendo a paridade, a complexidade que essa atividade inicialmente apresentava se torna mais fácil, uma vez que se sabe que as somas devem dar sempre 15, precisa vir da soma entre dois números que resulta em um número par com apenas um número ímpar. Em um quadrado com quatro linha e quatro colunas, devemos alocar as 16 células com números do um ao dezesseis, com a soma de cada linha e coluna resultando no número 34. Eles podem somar em cada linha e coluna dois números pares com dois números ímpares.

Quadrado mágico de lado quatro:

Figura 6 Quadrado mágico de lado quatro.

34	34	34	34	34	34
34	1	14	15	4	34
34	12	7	6	9	34
34	8	11	10	5	34
34	13	2	3	16	34
34	34	34	34	34	34

Fonte 5 Autores

Essa atividade fará parte do percurso de cinco atividades que será disputada entre dois grupos. Cada grupo receberá dois quadrados mágicos, mas dependendo dos anos nos quais a gincana acontece, a dificuldade será aumentada. No sexto e sétimo ano, cada grupo vai receber dois quadrados mágicos de lado três. E no oitavo e nono ano, cada grupo vai receber um quadrado mágico de lado três e outro de lado quatro.

Ganha o grupo que completar e entregar os dois quadrados mais rápido. Essa atividade vai valer 100 pontos, com quinze minutos de duração no total. Caso um grupo, no final desse tempo tenha terminado apenas um quadrado mágico, eles vão receber 50 pontos, e caso não tenham terminado nenhum até o final do tempo, o grupo não vai receber pontos.

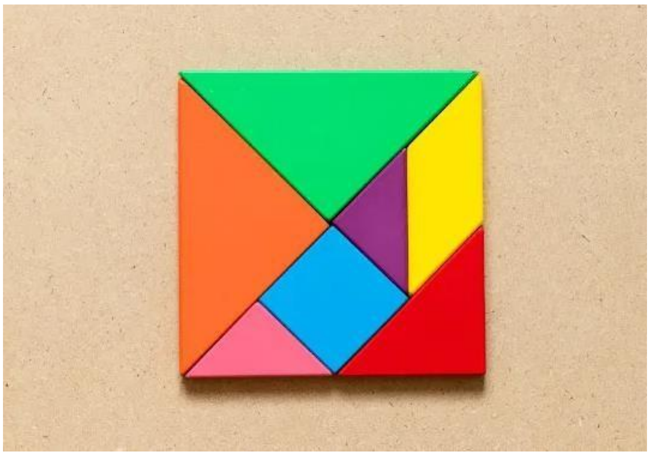
3.1.6.4. ATIVIDADE 4:Tangram

O Tangram é considerado um jogo de origem chinesa; é um quebra cabeça composto de sete peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo), com as quais é possível montar diversas figuras. Embora sua origem seja incerta, uma lenda diz que se originou quando um imperador quebrou um espelho, e ao ajuntar os pedaços percebeu que podia formar várias figuras. Para usar o Tangram não é necessário grandes habilidades, apenas tempo, paciência e criatividade, pois com ele é possível formar mais de 1000 figuras. As únicas regras são: todas as peças devem ser utilizadas nas composições e, não é permitida a sobreposição de peças.

Para a utilização no projeto do Dia Nacional da Matemática, propomos desafiar os alunos participantes a confeccionar algumas figuras com as peças do Tangram. Por exemplo, pediremos para que montem um barco, e então verificamos se a figura parece um barco. Outro desafio seria o de pedir que montem a figura do Tangram com o menor perímetro possível, ou ainda perguntar informações sobre as peças do Tangram. Afinal, dos 5 triângulos, dois são grandes, um médio e, dois pequenos e, seus tamanhos são proporcionais, pois, o médio é metade do grande e, o pequeno é metade do médio.

A pontuação do Tangram serão atribuídos 100 pontos a equipe que primeiro concluir o desafio.

Figura 7 Tangram



Fonte 6 https://escolakids.uol.com.br/matematica/tangram.htm

3.1.6.5. ATIVIDADE 5: Torre de Hanói

A torre de Hanói é um jogo de estratégia capaz de desenvolver raciocínio lógico e o desenvolvimento da memória. O jogo consiste em uma base onde estão fixados três pinos A, B e C na posição vertical, e um certo número de discos de diâmetros diferentes, com um orifício no centro. Para iniciar o jogo todos os discos devem estar no primeiro pino A, com todos os discos empilhados sobre ele em ordem decrescente de tamanho, com o menor disco acima de todos. O objetivo do jogo é passar todos os discos para o pino C, com a ajuda do pino B obedecendo as seguintes regras O jogo constituído por três pinos é o mais simples, porém essa quantidade pode variar, podendo deixar jogo mais difícil à medida que for aumentado a quantidade de discos:

- Pode-se mover apenas um disco por vez.
- Um disco maior nunca pode ser posto sobre um disco maior.

Figura 8 Torre de Hanói

Fonte 7 Disponível em: https://www.matematica.pt/fun/torre-hanoi.php. Acesso em: 14 abr. 2022.

A torre de Hanói tem sido tradicionalmente considerada como um procedimento para avaliação da capacidade de memória de trabalho, e principalmente de planejamento de situações problemas.

Será atribuída uma pontuação de100 pontos para o grupo que concluir e 50 pontos para o grupo que não concluir o desafio.

3.1.7. CRONOGRAMA

O projeto será composto de 8 horas/aula, conforme a tabela a seguir.

Manhã	Tarde
8ºA	7ºC
6ºA	7ºD
7ºA	8ºD
-	8ºC
9ºA	7ºE

3.1.8. RESULTADOS ESPERADOS

A partir desse projeto, pretendemos conscientizar os alunos sobre o Dia da Matemática, ressaltando a importância do educador e escritor Júlio Cesar de Mello e Souza na criação dessa data. Além disso, através das atividades de sua obra “O homem que calculava” esperamos que vejam a aplicação das operações básicas em problemas diários e a partir das atividades do circuito, possam melhorar a base matemática sobre essas quatro operações, enquanto desenvolvem o raciocínio logico e se divertem.

3.2. Relatório Projeto dia da Matemática

Relatório da manhã

Na manhã do dia 06 de maio de 2022, nós professoras Bárbara, Eliza e Erika juntamente com nossa professora orientadora Priscila, fomos até colégio Horácio para ministrar o projeto elaborado por nós sobre o dia da matemática. Chegando lá fomos recepcionadas por uma das pedagogas a qual nos encaminhou juntamente com a professora da primeira aula, em um oitavo ano do ensino fundamental.

Ao entrarmos na sala de aula fomos apresentadas pela professora. Começamos a conversa com eles dizendo o porquê de estarmos ali aquele dia, contamos uma breve historinha de quem foi Malba Tahan e sua importância para a matemática.

Demos sequência a segunda atividade com um probleminha do livro homem que calculava “o problema dos 60 melões”. Fizemos a leitura em voz alta e deixamos um tempo para que eles tentassem resolver sozinhos. Percebendo que não estavam conseguindo decidimos fazer a resolução junto com eles no quadro.

Após a resolução do exercício, explicamos a eles como funcionaria a terceira atividade que se tratava de jogos lúdicos matemáticos, tais como a arranha-céus, trilha dos restos, quadrado mágico, Tangram e Torre de Hanói. Explicamos a eles como cada jogo funcionaria o os dividimos em grupos para jogarem.

Ao final da aula percebemos que os alunos gostaram bastante dos jogos e que a atividade dos melões não foi tão proveitosa como imaginávamos. Então decidimos que nas próximas turmas seria melhor deixamos o problema dos melões de lado e focar mais nos jogos onde percebemos que os alunos gostaram e interagiram mais.

As demais aulas da manhã seguiram desta maneira, onde ao final das aulas recebemos um Feedback bem positivo dos alunos e nos pediram para voltar mais vezes.

Um fato interessante que nós percebemos, foi de que os alunos dos sextos e sétimos, quando mostramos a trilha dos restos imediatamente já demostravam interesse em pediam para jogar. Tinham facilidade em resolver os cálculos e de modo geral se deram bem com o jogo. Já os alunos dos nonos anos a primeira impressão deles é de o jogo seria muito difícil, muitos nem tentaram jogar ou desistiram logo no início do jogo.

Relatório da Tarde.

Na tardde do dia 06 de maio de 2022, nós professoras Bárbara, Eliza e Erika juntamente com nossa professora orientadora Priscila, fomos até colégio Horácio para ministrar o projeto elaborado por nós sobre o dia da matemática. Chegando lá a pedagoga nos pediu se nós poderíamos substituir uma professora de geografia que no dia estava de atestado e certamente aceitamos. Então nos encaminhou até a sala de aula.

Ao entrarmos na sala de aula, nos apresentemos e fizemos uma fala do porquê estávamos ali naquele dia, fizemos uma breve apresentação sobre o dia da matemática e sobre a importância de Malba Tahan para a matemática.

O resto da aula apresentemos a eles os jogos lúdicos que tínhamos levado para eles: o arranha-céus, trilha dos restos, quadrado mágico, tangram e torre de hanói. Após explicar como cada jogo funcionaria, separamos eles em grupos para jogarem.

As demais aulas da tarde seguiram desta maneira, onde ao final das aulas recebemos um Feedback bem positivo dos alunos e nos pediram para voltar mais vezes.

O mesmo fato que aconteceu no período da manhã se repetiu a tarde, sobre o jogo trilha dos restos. Onde os alunos dos sextos e sétimos, quando mostramos a trilha dos restos imediatamente já demostravam interesse em pediam para jogar. Tinham facilidade em resolver os cálculos e de modo geral se deram bem com o jogo. Já os alunos dos nonos anos a primeira impressão deles é de o jogo seria muito difícil, muitos nem tentaram jogar ou desistiram logo no início do jogo.

4. O que é o PROMAT

O projeto PROMAT consiste em preparar alunos do ensino médio de escolas públicas para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e para vestibulares. Desenvolvido pelo Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), campus de Cascavel, o PROMAT é dividido em dois módulos, totalizando 20 encontros. Na primeira parte os 10 primeiros encontros consistem em conteúdos referentes ao Ensino Fundamental II, que é ministrado pelos acadêmicos do 3° ano. Já o segundo módulo tem como foco os conteúdos trabalhados no ensino médio, e é ministrado pelos acadêmicos do 4° ano.

Os encontros do PROMAT ocorreram aos sábados das 08 h às 11 h 40 min da manhã, teve início no dia 03 de março e encerrou seu primeiro módulo no dia 14 de maio. Os encontros do módulo um foram divididos da seguinte forma:

Comentado [PFC3]: Talvez trocar por "com início no dia ... e encerramento do primeiro módulo no dia..."

Tabela 1 Conteúdos dos encontros do PROMAT

Encontro	Data	Conteúdos
1	05/03	Dinâmica de apresentação. Frações (operações); Razão e proporção.
2	12/03	Radiciação; potenciação; conjuntos numéricos.
3	19/03	Polinômios; produtos notáveis e fatoração.
4	26/03	Equações; sistemas; Introdução a função.

5	02/04	Função afim; função composta; funções com múltiplas sentenças.
6	**09/04**	**REMOTO: Revisão**
7	23/04	Função quadrática; resolução equação do segundo grau.
8	30/04	Geometria: triângulos.
9	07/04	Geometria: polígonos.
10	14/05	Geometria: circunferência.

Fonte 8 Autores

5. Encontro 1

5.1. Plano de Aula Encontro 1

PROMAT – 1º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 1º ENCONTRO – 05/03/2022

Conteúdo
Razão, Proporção, operações com Frações e porcentagem.

Objetivo geral
Realizar operações com frações e identificar razões e proporções e calcular porcentagens.

Objetivos específicos
Ao se trabalhar com Razão e Proporção, Frações e Porcentagens, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Explorar as ideias envolvidas com a representação fracionária;
- Realizar operações com frações;
- Identificar razões em variadas situações;
- Reconhecer e utilizar as propriedades das proporções;
- Compreender a porcentagem como uma fração.

Tempo de execução
Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador e atividades impressas.

Encaminhamento metodológico:

1. Apresentações e atividade de interação (30 min)

Primeiramente, os professores se apresentarão dando boas-vindas aos alunos, falando um pouco sobre o Promat, e em seguida será solicitado que os alunos se apresentem, falando seu nome, qual curso pretende fazer e como ficou sabendo do Promat.

Em seguida iremos realizar a dinâmica de interação, para isso dividiremos a sala em grupos da seguinte maneira: distribuiremos para os alunos diferentes representações de uma fração, como por exemplo a fração em decimal, em forma pictórica, em porcentagem, e da forma como ela é geralmente definida.

Por exemplo, o grupo 1 será $\frac{1}{2}$, então os alunos que pegarem as representações deste número pertencerão ao grupo 1.

Com a sala dividida em grupos, iremos solicitar que eles peguem uma folha e uma caneta do material e se organizem de pé em uma fila. O último aluno da fila inicia desenhando algo que represente a matemática para ele em sua folha, apoiada nas costas do colega da frente, que por sua vez tenta reproduzir o que foi desenhado em suas costas, e assim por diante;

2. Fração e Porcentagens (30 min)

O conceito de fração está muito presente nas escolas e no cotidiano, mas será que os alunos entendem todos os significados da fração?

A partir de uma conversa, o professor perguntará aos alunos o que eles entendem sobre o que entendem como fração, e quais exemplos de fração eles podem citar.

Esperamos respostas como “a fração é um número”, “representa uma parte de um todo”, “é uma medida”, “é uma divisão”, entre outras.

A fração geralmente é definida como $\frac{a}{b} \in Q \text{ , } b \neq 0$.

Zacarias (2012, p.19) pontuou os cinco significados para a fração, proposto por Nunes et al. (2003), são elas:

Fração como um número: é definida geralmente como $\frac{a}{b} \in Q \text{ , } b \neq 0$ e é expressa na reta numérica.

Fração como Parte-todo: É expressada quando dividimos um objeto o todo, em n partes iguais, e cada parte representa 1/n.

Fração como quociente: está presente nas ideias de partição, quando queremos dividir um grupo em subgrupos.

Fração como medida: é expressa quando queremos medir algo, então dividimos a unidade em subunidades e verificamos quantas subunidades caberão na medida que desejamos.

Fração como operador multiplicativo: está associado a uma transformação ou ação que irá ocorrer com um número ao longo da resolução.

Após essa discussão inicial, as professoras irão entregar uma folha impressa contendo atividades sobre fração, conforme Anexo 1?. Convidaremos então os alunos a realizar a Atividade 1, que tem como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre equivalências e simplificação de frações.

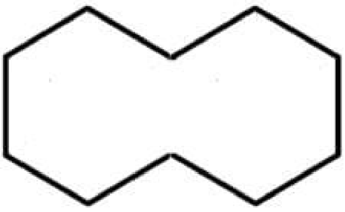
A atividade 1 é uma adaptação da atividade que Silva, Carvalho e Campos (2018) propuseram. As autoras relatam três atividades sobre frações propostas para estudantes de licenciatura em Matemática.

ATIVIDADE 1

1. Observe a figura abaixo.

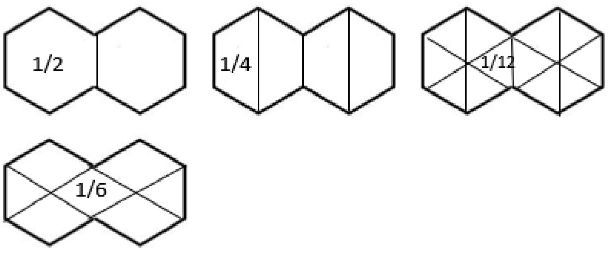
a) Em seguida represente em desenho e em forma de fração a metade, quartos, duodécimos e sextos da figura.

b) Junto com os colegas de seu grupo estabeleça relações entre as representações feitas no item (a).
Por exemplo as relações entre:
- Hexágono e trapézio;
- Triangulo e hexágono;
- Trapézio e a figura original;



Resolução:

1. a)



b) Algumas das possíveis relações que podem surgir são
- Figura dada é composta por dois hexágonos, ou seja, o hexágono representa a metade.

- $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ (O trapézio é composto por 3 triângulos).
- $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ (O hexágono é composto por 6 triângulos).

Nesse momento relembrar com os alunos que $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ e $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ são frações equivalentes e podemos simplificar $\frac{3}{12}$ para chegarmos a $\frac{1}{4}$, assim como podemos fazer com as demais frações equivalentes.

Relembrar também que quando não conseguimos mais simplificar a fração, significa que a fração encontrada é uma fração irredutível.

Esperamos que, na questão 1, os alunos percebam as equivalências entre as representações das frações. Em seguida solicitaremos que resolvam dois exercícios de Enem e Vestibular que trabalham com frações equivalentes.

2. (ESAF/CGU/Técnico de Finanças e Controle - 2001) Achar uma fração equivalente a $\frac{7}{8}$ cuja soma dos termos é 120.

A. $\frac{52}{68}$
B. $\frac{54}{66}$
C. $\frac{56}{64}$
D. $\frac{58}{62}$
E. $\frac{60}{60}$

Resolução: C $\qquad \frac{7}{8} = \frac{7\,.k}{8\,.k}$

7k + 8k = 120 → 15k = 120 → k = $\frac{120}{15}$ = 8

$$\frac{7\,.8}{8\,.8} = \frac{56}{64}$$

3. (ENEM - 2015) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente aquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de jogador são como no esquema

Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

A. 9

B. 7
C. 5
D. 4
E. 3

Resolução: O professor pode solicitar aos alunos que tentem resolver sem o auxílio da calculadora, pois no Enem e em Vestibulares não temos este tipo de recurso.
E. 3
$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $\frac{6}{8}$ = 0,75; $\frac{6}{9}$ = 75%

Após a conclusão da Atividade 1, será entregue uma folha sobre as operações de frações conforme o *Anexo 2,* para consulta durante a resolução da Atividade 2.

Após a revisão desses conceitos principais, se os alunos não tiverem nenhuma pergunta, vamos iniciar a Atividade 02, que tem como objetivo trabalhar a adição, subtração, e multiplicação de forma lúdica.

A Atividade 2 é uma adaptação de uma atividade relatada por Umetsubo, Grützmann e Martins (2019).

ATIVIDADE 2

Com a turma dividida em grupos, a professora irá solicitar que os alunos escrevam em um papel uma fração cujo resultado seja maior que 1 e menor que 10, e entreguem para a professora, que guardará em um pote transparente. Em seguida as professoras irão explicar como funcionará o jogo.

As professoras têm uma certa quantidade de cartas que fornecerão as regras de cada partida, e em cada partida irá sortear uma delas. Veja abaixo alguns exemplos de cartas:

Animais com penas	A matemática é
Cores sem a letra A	Frutas com a letra M

Então a professora sorteia uma das cartas e dá 25 segundos para os alunos escreverem o maior número de palavras de acordo com a carta sorteada. Assim que terminar o tempo dado, a professora fala *stop* e o os alunos param de escrever, caso estejam no meio da palavra pode terminar palavra.

A pontuação de cada rodada é dada da seguinte maneira: cada palavra vale 1 ponto, porém se mais de um aluno do grupo escrever a mesma palavra, ela é dividida pela quantidade de pessoas que a escreveram e em seguida subtraídas do todo. Por exemplo:

Animais com penas:
José: Galinha, Pomba, Águia
Maria: Galinha, Pavão, Pomba, Pato

José: $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$
Maria: $2 - \frac{1}{2} \ - \frac{1}{2}$

O jogo terá cinco partidas, mas esse número depende do andamento da turma.

Ao final das partidas os alunos somam os resultados, em seguida a professora irá solicitar que cada aluno sorteie uma fração escrita no início da atividade e multiplique o resultado pela fração obtida;

3. Será distribuído um material impresso com os conceitos, definições e exemplos do conteúdo em questão: Razão, Proporção e Porcentagem. Neste material consta toda a explicação que poderia ser apresentada no quadro, mas para otimização e aproveitamento do tempo, optamos pela confecção da mesma pelos professores; (30 min)

4. Intervalo; (20 min)

5. Para pôr em prática o estudado anteriormente, com os alunos já em grupos, será distribuída outra atividade, agora com exercícios de ENEM e vestibulares sobre o conteúdo trabalhado, os professores se dividirão entre as equipes para auxílio; (60 min)

6. Ao final, para correção das atividades, será proposto aos alunos que compartilhem a resolução de um exercício; (40 min)

7. Por fim os alunos receberão um exercício desafio do conteúdo do próximo encontro e serão propostas apresentações de diferentes resoluções na intenção de introduzir e contextualizar as próximas atividades.

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Ao final da aula os professores entregarão a eles algumas questões rápidas (as quais poderão ser anônimas) sobre o seu aproveitamento e rendimento na aula. Se houver alguma dúvida sobre o que foi abordado, será retomado na próxima aula. A avaliação da participação será feita também por meio de um desafio proposto pelas professoras, que abordará o conteúdo da aula seguinte, que será realizada individualmente e entregue na aula seguinte.

5.2. Material Entregue Encontro 1

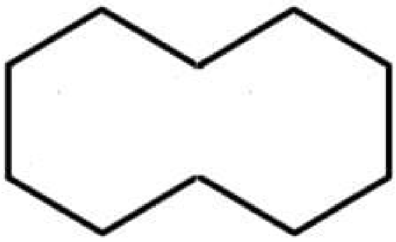
PROMAT
1° ENCONTRO – 05/03/2022
<u>Frações equivalente e Porcentagem</u>

FRAÇÃO

ATIVIDADE 1

1. Observe a figura abaixo

Figura 9 Atividade 1



a) Em seguida represente em desenho e em forma de fração a metade, quartos, duodécimos e sextos da figura.

b) Junto com os colegas de seu grupo estabeleça relações entre as representações feitas no item (a).
Por exemplo as relações entre:
- Hexágono e trapézio;
- Triangulo e hexágono;
- Trapézio e a figura original;

2. **(ESAF/CGU/Técnico de Finanças e Controle/2001)** Ache uma fração equivalente a 7/8 cuja soma dos termos é 120.

A. 52/68
B. 54/66
C. 56/64
D. 58/62
E. 60/60

3. **(ENEM 2015 – QUESTÃO 139)** No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente aquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de jogador são como no esquema

Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

A. 9
B. 7
C. 5
D. 4
E. 3

OPERAÇÕES DE FRAÇÕES

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES:

Relembrar o assunto caso os alunos tenham dúvidas sobre adição e subtração de frações.

- Os denominadores são iguais:

Para somar e subtrair frações com os denominadores iguais, conservamos o denominador e somamos ou subtraímos os numeradores, veja os exemplos abaixo:

Adição: $\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12}$

Subtração: $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$

- Os denominadores são diferentes:

Umas das maneiras mais comuns de se trabalhar com adição e subtração de frações com denominadores diferentes é encontrar um denominador comum através do Mínimo Múltiplo Comum (MMC).

Iremos citar também uma maneira sem o uso do MMC, esse método consiste em multiplicar os denominadores e em seguida multiplicar o numerador da primeira com o denominador da segunda, e fazendo o mesmo processo com o segundo numerador, então somamos os novos numeradores. Veja o exemplo abaixo para facilitar a compreensão.

$$\frac{5}{2} + \frac{2}{7} = \frac{5\,.\,7}{2\,.\,7} + \frac{2\,.\,2}{7\,.\,2} = \frac{35}{14} + \frac{4}{14} = \frac{39}{14}$$

MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÃO

Para multiplicar duas ou mais frações multiplicamos os numeradores das frações e em seguida multiplicamos os denominadores.

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1.3.2}{2.4.3} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

DIVISÃO DE FRAÇÃO

Para dividir duas frações, multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda, veja o exemplo abaixo:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{8}{3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

RAZÃO E PROPORÇÃO

RAZÃO

Em nossa vida diária, estamos sempre fazendo comparações, e quando fazemos comparações, estamos relacionando dois números.

Na linguagem matemática, todas essas comparações são expressas por um quociente chamado razão. A palavra Razão vem do latim ***"ratio"*** e significa divisão. Temos, então:

Uma **razão** é uma **divisão** entre dois números.

Definição: dados dois números **a** e **b**, com b ¹ 0, chamamos de razão de **a** para **b,** ou simplesmente de razão entre a e b, nessa ordem, ao quociente $\frac{a}{b}$ que também pode ser indicado a : b.

O primeiro termo **a** chamamos de **antecedente** e o segundo termo **b** de **consequente**.

Por exemplo:

*Para fazer uma bebida usaram-se **3** litros de sumo de laranja e **2** litros de água.*

*O sumo de laranja está para a água na razão de **3:2** ou na razão $\frac{3}{2}$.*

***Exemplo 2:* Num mapa, a escala é a razão entre a distância no mapa e a distância real correspondente.**

No mapa da figura, a distância entre cascavel e foz do Iguaçu é de cm. A distância real entre as duas localidades é de 142 km.

Qual é a escala do mapa?

Na escala de um mapa o antecedente da razão costuma ser 1 e as unidades utilizadas são as mesmas, nos dois termos da razão.

8 cm (distância no mapa entre Cascavel e Foz)

142 km= 14.200.000 cm (distância real entre Cascavel e Foz)

A razão é 8 : 14200000. Mas como o antecedente deve ser 1, temos de dividir os termos da razão por 8.

(8 :8 =1 e 12400000 :8 = 1.775.000)
Portanto a escala do mapa é 1: 1.775.000.

Figura 10Mapa para Exemplo 2

Fonte: [*https://www.google.com/maps/preview*](https://www.google.com/maps/preview)

Exemplo 3:
No vestibular da Unioeste o curso mais concorrido entre todos os cursos é o de medicina, no ano de 2021 foram 3976 candidatos que disputaram 20 vagas. Qual é a relação de vaga por candidato?
Vamos comparar esses dois números 3976 : *20 = 198,8 dizemos que há 198,8 candidatos para cada vaga ou que a razão entre o número de candidatos e número de vagas é de 198,8 para 1.*

PROPORÇÃO

Definição: A igualdade de duas razões é chamada de proporção.

Dadas as razões a/b e c/d, á sentença de igualdade a/b = c/d chamamos de proporção. Os valores a e d são denominados extremos e b e c são chamados de meios.

Propriedade fundamental das proporções:

Consideremos as proporções $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com b e d diferente de zero. Vale a seguinte propriedade:
Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então a.b= b.c; isto é, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Exemplo: *Dois números estão na razão de 2 para 3. Acrescentando-se 2 a cada um, as somas estão na razão de 3 para 5. Então, o produto dos dois números é:*

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \quad e \;\; que \quad \frac{x+2}{y+2} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x}{2} = a \Rightarrow x = 2.a \qquad e \quad \frac{y}{3} = a \Rightarrow y = 3a$$

$$substituindo \;\; os \;\; valores \;\; de \;\; x \;\; e \;\; y \;\; na \;\; outra \;\; proporção \;\; temos:$$

$$\frac{2a+2}{3a+2} = \frac{3}{5} \Rightarrow (2a+2)\,x\,5 = (3a+2)\,x3$$

$$10a + 10 = 9a + 6 \Rightarrow 10a - 9a = 6 - 10 \Rightarrow a = -4$$

$$substituindo \;\; o \;\; valor \;\; de \;\; a \;\; em \;\; x \;\; e \;\; y \;\; temos:$$

$$x = 2.(-4) = -8 \quad ; \;\; y = 3.(-4) = -12 \quad logo \;\; x.y = 96$$

PORCENTAGEM

Porcentagem ou percentagem é uma área da matemática que indica uma taxa ou proporção calculada em relação ao número 100 (por cem), e é representada pelo símbolo %. Consiste numa razão em que seu denominador é sempre 100.

Na matemática, o cálculo de uma porcentagem pode ser feito através da regra de 3 simples, como no exemplo abaixo.

EXEMPLO:

Júlia acertou 75% das questões de Matemática do teste e Mariana acertou 4/5. Quem acertou mais questões?

Para comparar a porcentagem de acertos de Júlia e Mariana precisamos converter 4/5 em uma razão centesimal e, depois, encontrar a porcentagem.

$$\frac{4}{5} = \frac{X}{100}$$

(Fazendo a multiplicação em cruz)

$4 \cdot 100 = 5 \cdot x$

$400 = 5x$

$X = 80$

Portanto, a fração centesimal é $\frac{80}{100}$, que corresponde a 80%. Com esse resultado, chegamos a conclusão que Mariana foi quem acertou mais questões.

EXERCÍCIOS

1. (ENEM-2013) Para se construir um contrapiso, é comum na constituição do concreto, se utiliza cimento, areia e brita, na seguinte proporção 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?

a. 1,75
b. 2,00
c. 2,33
d. 4,00

e. 8,00

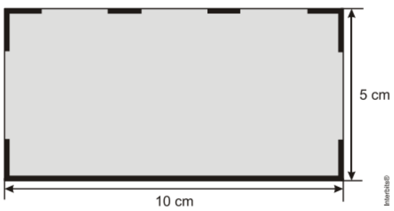
2. (ENEM-2016) O governo de um estado irá priorizar investimentos financeiros, na área de saúde, em uma das cinco cidades apresentadas na tabela.

Cidade	Número total de habitantes	Número total de médicos
M	136000	340
X	418000	2650
Y	210000	930
Z	530000	1983
W	108000	300
Total	1402000	6203

A cidade a ser contemplada será aquela que apresentar a maior razão entre o número de habitantes e a quantidade de médicos.
Qual dessas cidades deverá ser contemplada?
a) M
b) X
c) Y
d) Z
e) W

3. (UNESP 2015) Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5.000 m² , uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura:

Figura 11 Imagem exercícios 3



O maior lado do galpão mede, em metros,
a) 200.
b) 25.
c) 50.
d) 80.
e) 100.

4. (UERJ-RJ-2012) Para comprar produtos A e B em uma loja, um cliente dispõe da quantia X, em reais. O preço do produto A corresponde a $\frac{2}{3}$ de X, e o do produto B corresponde à fração restante. No momento de efetuar o pagamento, uma promoção reduziu em 10% o preço de A. Sabendo que, com o desconto, foram gastos R$ 350,00 na compra dos produtos A e B, calcule o valor, em reais, que o cliente deixou de gastar.

5. (ENEM/2014) Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho. Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

Jogador I Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.
Jogador II Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.
Jogador III Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.
Jogador IV Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.
Jogador V Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

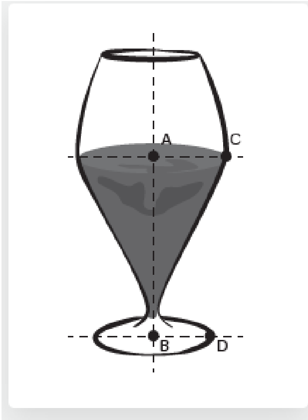
Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

6. (UNICAMP) A quantia de R$1.280,00 deverá ser dividida entre 3 pessoas. Quanto receberá cada uma, se:

a) A divisão for feita em partes diretamente proporcionais a 8, 5 e 7?
b) A divisão for feita em partes inversamente proporcionais a 5, 2 e 10?

7. (ENEM/2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:

Figura 12Imagem Exercício 7

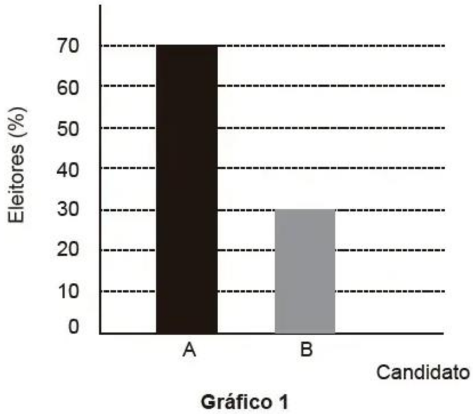


Considere que AC= $\frac{7}{5}$ BD e que L é a medida de um dos lados da base da bandeja. Qual deve ser o menor valor da razão para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

a) 2
b) $\frac{14}{25}$
c) 4
d) $\frac{24}{5}$
e) $\frac{28}{5}$

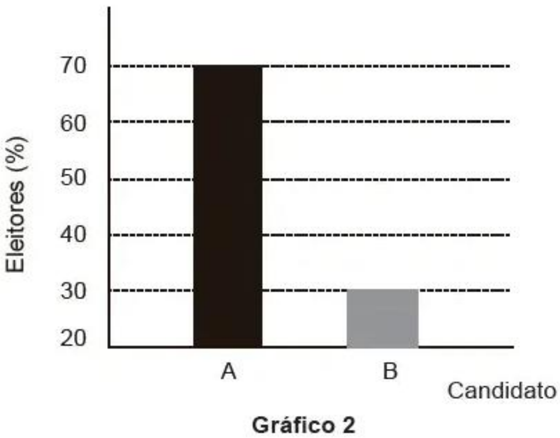
8. (Enem 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

Figura 13 Imagem 1 Exercício 8



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o gráfico 2:

Figura 14 Imagem 2 Exercício 8



Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

a) 0

b) $\frac{1}{2}$

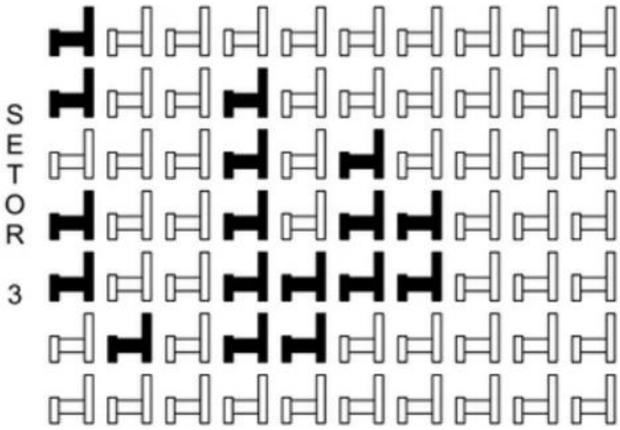
c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{15}$

e) $\frac{8}{35}$

9. (ENEM/2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.

Figura 15 Imagem Exercício 9



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

a) $\frac{17}{70}$

b) $\frac{17}{53}$

c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

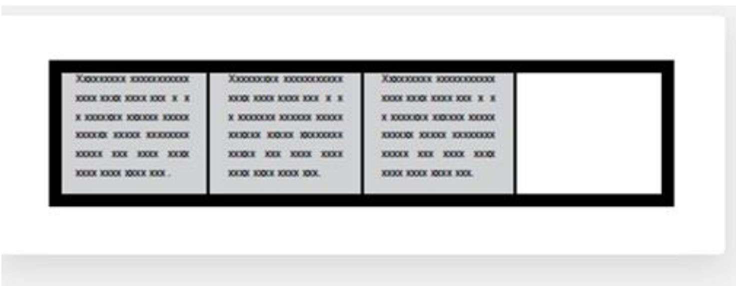
e) $\frac{70}{17}$

10. (ENEM - 2014) Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.
No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente:
A) 1,8 t; 8,4 t; 1,8 t.
B) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.
C) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.
D) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.
E) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

11. (UPE/2014) Uma loja de vestuários recebeu um volume de 250 bermudas e 150 camisetas da fábrica que produz suas peças. Dessas peças, o controle da loja identificou que estavam com defeito 8% das bermudas e 6% das camisas. Do volume recebido pela loja, o total de peças com defeito representa uma porcentagem de
a) 2,75%
b) 4,4%
c) 5,6%
d) 6,75%
e) 7,25%

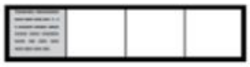
12. (ENEM/2011) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a seguir.

Figura 16 Imagem Exercício 12

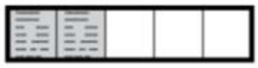


Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas dessa vez, utilizando 40% do espaço dela.
Uma representação possível para essa segunda situação é:

Figura 17 Alternativas Exercício 12

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

13. (UERJ/2016) no ano letivo de 2014, em uma turma de 40 alunos, 60% eram meninas. nessa turma, ao final do ano, todas as meninas foram aprovadas e alguns meninos foram reprovados. Em 2015, nenhum aluno novo foi matriculado, e todos os aprovados confirmaram suas matrículas. Com essa nova composição, em 2015, a turma passou a ter 20% de meninos. O número de meninos aprovados em 2014 foi igual a:
a)4
b)5
c)6
d)8

14. (ENEM/2016) Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24h. Cada frasco tem um volume de 800 ml de soro. Nas primeira quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas. O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será:
a) 16
b) 20
c) 24
d) 34
e) 40

5.3. Resolução Exercícios Encontro 1

1. (ENEM-2013) Para se construir um contrapiso, é comum na constituição do concreto, se utiliza cimento, areia e brita, na seguinte proporção 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto.
Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?

b. 1,75
c. 2,00
d. 2,33
e. 4,00
f. 8,00

Possível solução.
Temos então:
$\frac{1}{7}$ parte de cimento
$\frac{4}{7}$ parte de areia
$\frac{2}{7}$ parte de brita
Percebe-se que ao somar as partes obtemos $\frac{7}{7}$ que é o todo da recita, ou seja 1 m³.
Como pede o volume de cimento de uma receita com 14 m³, e sabemos que para 1 m³ de receita utiliza-se $\frac{1}{7}$ parte de cimento, basta multiplicar a parte de cimento, pelos 14m³ que se pede.
$\frac{1}{7}$ * 14 = $\frac{14}{7}$ = 2 m³
Então se para 1 m³ de receita de concreto utiliza-se $\frac{1}{7}$ parte de cimento, para 14 m³ de receita, usa-se 2m³ de cimento.
Podemos resolver por uma regra de três:
$\frac{\frac{1}{7}}{x} = \frac{1}{14}$
X.1 = 14 ($\frac{1}{7}$)
X = $\frac{14}{7}$
X = 2 m³
Resposta é a alternativa b) 2,00

2. (ENEM-2016) O governo de um estado irá priorizar investimentos financeiros, na área de saúde, em uma das cinco cidades apresentadas na tabela.

Cidade	Número total de habitantes	Número total de médicos
M	136000	340

X	418000	2650
Y	210000	930
Z	530000	1983
W	108000	300
Total	1402000	6203

A cidade a ser contemplada será aquela que apresentar a maior razão entre o número de habitantes e a quantidade de médicos.

Qual dessas cidades deverá ser contemplada?

a) M

b) X

c) Y

d) Z

e) W

Possível solução:

Pede-se a razão entre o número de habitantes e a quantidade de médicos das cidades.

Razão da cidade = $\frac{número\ de\ habitantes}{Quantidade\ de\ médicos}$

Dessa forma, calculamos a razão das cidades segundo as informações da tabela.

Razão da cidade M = $\frac{136000}{340}$

Razão da cidade M = 400

Razão da cidade X = $\frac{418000}{2650}$

Razão da cidade X = 157, 73

Razão da cidade Y = $\frac{210000}{930}$

Razão da cidade Y = 225, 80

Razão da cidade Z = $\frac{530000}{1983}$

Razão da cidade Z = 267,27

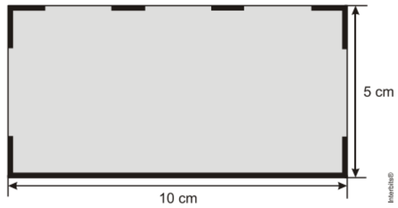
Razão da cidade W = $\frac{108000}{300}$

Razão da cidade W = 360

Observando as razões encontradas temos que a maior razão entre o número de habitantes e a quantidade de médicos é a cidade M, alternativa letra a.

3. (UNESP 2015) Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5.000 m² , uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura:

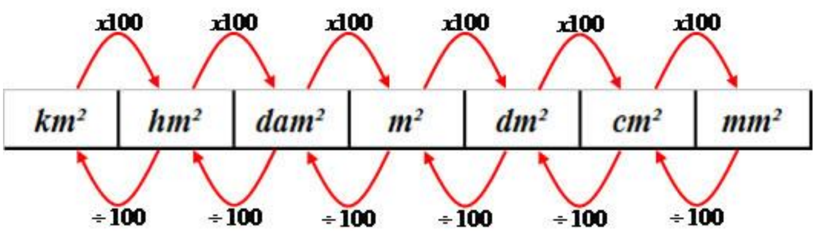
Figura 18 Imagem exercícios 3



O maior lado do galpão mede, em metros,
a) 200.
b) 25.
c) 50.
d) 80.
e) 100.

Possível solução:
Temos que a área da planta do desenho do anúncio é 10cm de comprimento e 5cm de largura, totalizando 50 cm².
Devemos ter cuidado pois a escala do desenho está em centímetros e a escala real do galpão está em metros, então vamos converter na mesma unidade de medida.
Convertendo metros ao quadrado em centímetros quadrados temos:

Figura 19 Transformações usadas para exercício 3



5000 m²= 5000.100.100
5000 m² = 50.000.000 cm²
Temos que a escala é a razão da área do desenho e a área real.
Escala² = $\frac{\text{área do desenho}}{\text{área real}}$
Escala² = $\frac{50}{50.000.000}$ (divide-se em cima e embaixo por 50)
Escala² = $\frac{1}{1.000.000}$
Escala= $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1000000}}$
Escala = $\frac{1}{1000}$
A escala é de 1 para 1000, ou seja, uma unidade do desenho é mil vezes maior no real.

Como pede a medida do maior lado do desenho no galpão, o maior lado é 10.
Então basta multiplicar a 10 pelo 1000. Obtém 10 000 cm, convertendo em metros basta dividir o 10 000 por 100, obtendo 100 metros de comprimento o galpão.

4. (UERJ-RJ-2012) Para comprar produtos A e B em uma loja, um cliente dispõe da quantia X, em reais. O preço do produto A corresponde a $\frac{2}{3}$ de X, e o do produto B corresponde à fração restante. No momento de efetuar o pagamento, uma promoção reduziu em 10% o preço de A. Sabendo que, com o desconto, foram gastos R$ 350,00 na compra dos produtos A e B, calcule o valor, em reais, que o cliente deixou de gastar.

Possível solução:
$\frac{2}{3}x = A$
Como o restante da fração corresponde a B, temos:
$\frac{3}{3}x - \frac{2}{3}x = B$
$\frac{1}{3}x = B$
A + B = X
Deve-se lembrar que X não é R$ 350,00, X é o dinheiro que ele tinha antes do desconto.
100% - 10% = 90%
O cliente pagou 90% do preço do produto A.
$\frac{90}{100} * \frac{2}{3}\ x + \frac{1}{3}x = 350$
$\frac{180}{300}x + \frac{x}{3} = 350$
$\frac{540x+300x}{900} = 350$
$\frac{840x}{900} = 350$
840x = 350.900
840x= 315000
$X = \frac{315000}{840}$
X = 375
Note que R$ 375,00 é o valor inicial, sabemos que o cliente pagou na compra R$ 350,00, e pede-se o valor que economizou, para isso basta apenas subtrair.
R$ 375,00 - R$ 350,00 = R$ 25,00
Portanto na compra dos produtos A e B o cliente economizou R$ 25,00.

5. (ENEM/2014) Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho. Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

Jogador I Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.
Jogador II Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.
Jogador III Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.
Jogador IV Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.
Jogador V Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Possível solução:
Está pedindo a maior razão entre o total de vezes em que derruba todos os pinos e o número de jogadas.
Vamos fazer a razão de cada jogador para comparar.
Jogador I = $\frac{50}{85}$ = 0,58
Jogador II = $\frac{40}{65}$ = 0,61
Jogador III = $\frac{20}{65}$ = 0,30
Jogador IV = $\frac{30}{40}$ = 0,75
Jogador V = $\frac{48}{90}$ = 0,53
Observando as razões temos que a maior é do jogador IV.

6. (UNICAMP) A quantia de R$1.280,00 deverá ser dividida entre 3 pessoas. Quanto receberá cada uma, se:

a) A divisão for feita em partes diretamente proporcionais a 8, 5 e 7?
b) A divisão for feita em partes inversamente proporcionais a 5, 2 e 10?

Resolução da alternativa a.
Somando as partes (8+5+7) obtemos um total de 20.
$\frac{8}{20}$* 1280 = 512
$\frac{5}{20}$* 1280 = 320
$\frac{7}{20}$* 1280 = 448

Outra forma de calcular é descobrir o valor de 1 parte de 1280, entra-se dividindo por 20, obtém-se 64, e o resultado multiplica pelo numerador das respectivas frações.

b) Resolução da alternativa b.

$\frac{K}{5} + \frac{K}{2} + \frac{K}{10} = 1280$

$\frac{2k + 5k + k}{10} = 1280$

$\frac{8k}{10} = = 1280$

8k= 1280. 10

8k= 12800

K= $\frac{12800}{8}$

K= 1600

Substituindo o valor de K.

$\frac{k}{5} = \frac{1600}{5} = 320$

$\frac{k}{2} = \frac{1600}{2} = 800$

$\frac{k}{10} = \frac{1600}{10} = 160$

Temos então que:

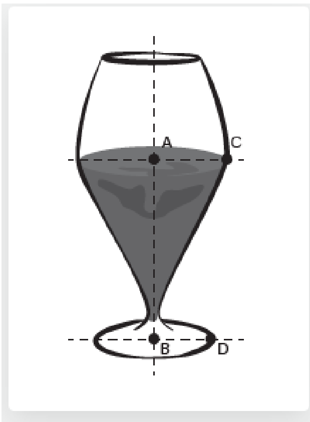
O primeiro recebe R$ 320,00

O segundo recebe R$ 800,00

O terceiro recebe R$ 160,00

7. (ENEM/2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:

Figura 20Imagem Exercício 7



Considere que AC= $\frac{7}{5}$ BD e que L é a medida de um dos lados da base da bandeja. Qual deve ser o menor valor da razão para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

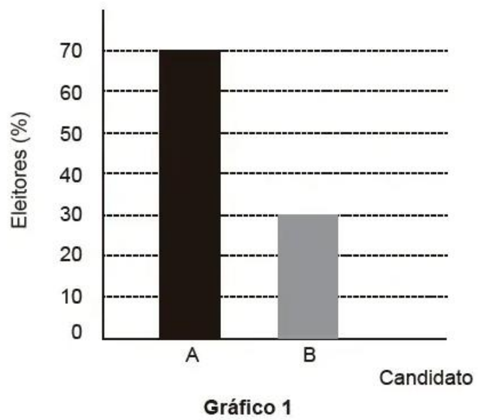
a) 2
b) $\frac{14}{25}$
c) 4
d) $\frac{24}{5}$
e) $\frac{28}{5}$

Possível resolução:
Temos que o segmento BD = x e que $\frac{7}{5}$ x = AC
Pede-se a razão = $\frac{lado\ do\ quadrado}{BD}$
Precisamos descobrir o lado da bandeja que é um quadrado
X+ 2. $\frac{7}{5}$ x + x =
2x + $\frac{14}{5}$ x =
$\frac{10}{5}$ x + $\frac{14}{5}$ x = $\frac{24}{5}$ x => lado do quadrado (bandeja)
Descobrindo o lado do quadrado vamos fazer a razão pedida:
razão = $\frac{lado\ do\ quadrado}{BD}$
= $\frac{\frac{24}{5}x}{x}$
= $\frac{24}{5}$ x . $\frac{1}{x}$
= $\frac{24x}{5x}$
= $\frac{24}{5}$

Portanto a razão entre o lado do quadrado e o segmento BD é $\frac{24}{5}$

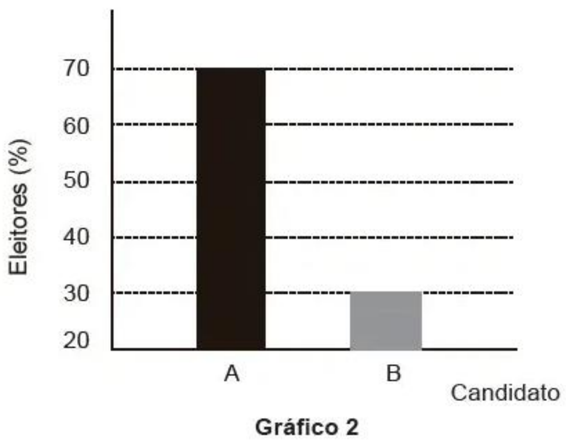
8. (Enem 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

Figura 21 Imagem 1 Exercício 8



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o gráfico 2:

Figura 22 Imagem 2 Exercício 8



Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.
A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

a) 0

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{15}$

e) $\frac{8}{35}$

r = $\frac{altura\ de\ b}{altura\ de\ a}$

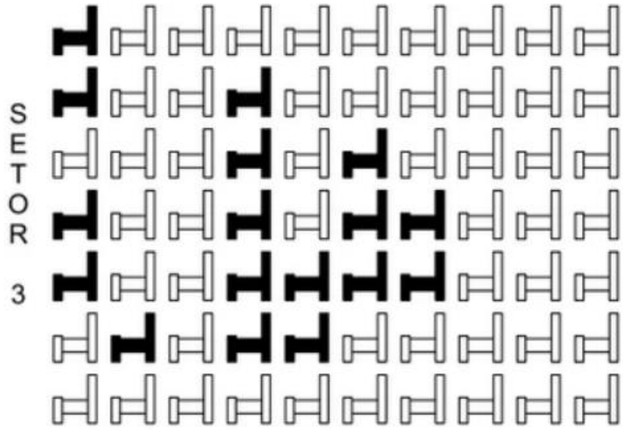
Como no gráfico é representado em porcentagem, vou considerar cada "traço" como uma unidade.
Do gráfico 1 temos:
A= 7 unidades
B= 3 unidades
Sua razão é: $\frac{3}{7}$
Do gráfico 2 temos:
A = 5 unidades
B= 1 unidade
Sua razão é $\frac{1}{5}$

Calculando as razões de cada gráfico, vamos calcular agora a diferença entre as razões.

$\frac{3}{7} - \frac{1}{5} = \frac{15-7}{35} = \frac{8}{35}$

9. (ENEM/2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.

Figura 23 Imagem Exercício 9



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

a) $\frac{17}{70}$

b) $\frac{17}{53}$

c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

e) $\frac{70}{17}$

Possível solução:

Basta contar a quantidade total de cadeiras e a quantidade de cadeiras reservadas, nessa ordem.

Então com isso temo que a razão é:

r = $\frac{quantidade\ de\ cadeiras\ reservadas}{quantidade\ total\ de\ cadeiras}$

temos que a quantidade de cadeiras reservadas é de 17 cadeiras, e a quantidade total de cadeiras é de 70 cadeiras, assim temos a razão:

r = $\frac{17}{70}$

Resposta é a alternativa a.

10. (ENEM - 2014) Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.
No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente:
A) 1,8 t; 8,4 t; 1,8 t.
B) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.
C) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.
D) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.
E) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

Possível solução:
Para encontrar a carga recebida pelo ponto de sustentação central, basta calcular 60% de 12 toneladas.

60% de 12 → 0,6 · 12 = 7,2 toneladas

O restante é 12 – 7,2 = 4,8 toneladas, que são distribuídas igualmente entre os outros pontos de sustentação, ou seja, 2,4 t para o primeiro e terceiro. Ou podemos calcular 40% de 12 → 0,4 · 12 = 4,8 toneladas, que são distribuídas igualmente entre os outros pontos de sustentação, ou seja, 2,4 t para o primeiro e terceiro.

Alternativa C.

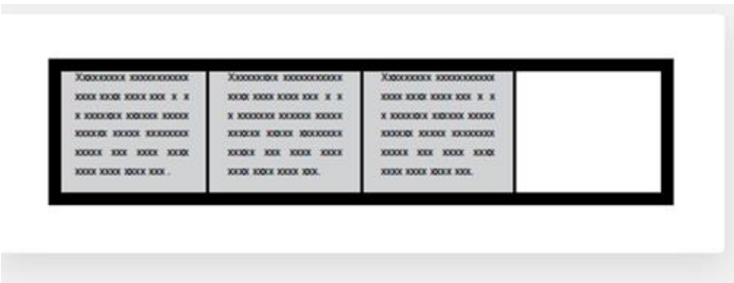
11. (UPE/2014) Uma loja de vestuários recebeu um volume de 250 bermudas e 150 camisetas da fábrica que produz suas peças. Dessas peças, o controle da loja identificou que estavam com defeito 8% das bermudas e 6% das camisas. Do volume recebido pela loja, o total de peças com defeito representa uma porcentagem de
a) 2,75%
b) 4,4%
c) 5,6%
d) 6,75%
e) 7,25%
Possível solução
250 bermudas com 8% de defeito.
150 camisetas com 6% de defeito.
Vamos calcular quantas bermudas e quantas camisetas correspondem cada porcentagem.
Bermudas:
250---- 100%
X ---- 8%

X= 20 bermudas com defeito
Camisetas:
150-----100%
x--------6%

x= 9 camisetas com defeito
Mas o problema pede o total de roupas com defeito então somamos a quantidade de camisetas e a quantidade de bermudas.
250+150=400
E o total de peças com defeito é 20+9=29 peças com defeito
400----100%
29------x
X=7,25%
Alternativa e.

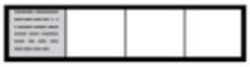
12. (ENEM/2011) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a seguir.

Figura 24 Imagem Exercício 12

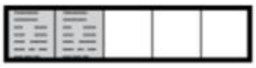


Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas dessa vez, utilizando 40% do espaço dela.
Uma representação possível para essa segunda situação é:

Figura 25 Alternativas Exercício 12

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Possível solução:
Da imagem do problema tenho o quadro dividido em 4 partes, onde cada parte representa 25% do desenho. Como tenho 3 partes de 4 pintadas, tenho 75%. Das alternativas percebe-se que para obter uma soma de 40% do desenho pintado preciso que o desenho esteja dividido em 5 partes e que eu tenha 2 partes dele pintado.
Alternativa c.

13. (UERJ/2016) no ano letivo de 2014, em uma turma de 40 alunos, 60% eram meninas. nessa turma, ao final do ano, todas as meninas foram aprovadas e alguns meninos foram reprovados. Em 2015, nenhum aluno novo foi matriculado, e todos os aprovados confirmaram suas matrículas. Com essa nova composição, em 2015, a turma passou a ter 20% de meninos. O número de meninos aprovados em 2014 foi igual a:
a)4
b)5
c)6
d)8

Possível solução
Numa turma de 40 alunos, se 60% são meninas, então 40% são meninos. Logo:
$\frac{40}{100}$ x 40 = 16
40 - 16 = 24

No ano seguinte, como 24 alunas correspondem a 80% da turma, x alunos correspondem a 20%:

$\frac{24}{80\%} = \frac{x}{20\%}$

x = 6

O número de meninos aprovados em 2014 é igual a 6.

Alternativa c.

14. (ENEM/2016) Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24h. Cada frasco tem um volume de 800 ml de soro. Nas primeira quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas. O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será:

a) 16
b) 20
c) 24
d) 34
e) 40

Possível solução
Volume Total = 5 . 800 mL = 4000 mL
4 horas ——- 0,4 . 4000 mL = 1600 mL
Faltam 4000 – 1600 = 2400 mL
Como 1 mL = 12 gotas
2400 mL = y
y = 28.800 gotas
Então, o número de gotas por minuto restante será:

$\frac{28800}{20.60}$ = 24 gotas/min

Alternativa é c.

5.4. Relatório Encontro 1

1º Encontro PROMAT – 05 de março

Na manhã do dia 05 de março de 2022 demos início ao curso Promat. Recepcionamos os alunos e os direcionamos às salas. Esperávamos a presença de 45 alunos, porém compareceram somente 22.

No primeiro momento, nos apresentamos e falamos um pouco sobre o que é o Promat, em seguida pedimos para que eles se apresentassem falando seus nomes, onde residem e qual curso gostariam de fazer, e como ficaram sabendo, alguns responderam que souberam pela divulgação na escola, redes sociais e por amigos que estudam na universidade.

Iniciamos com uma dinâmica que tinha como objetivo a interação entre os alunos. Para dividirmos em grupos, distribuímos fichas que continham representações de frações equivalentes e as apresentadas nos slides. Na sequência, foi questionado o significado de fração com o objetivo de diagnosticar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo a ser estudado: Frações. Observamos que os alunos apresentam pouco conhecimento sobre as diversas representações de frações. O questionamento foi feito para introduzir a parte teórica do conteúdo do primeiro encontro, Razão e Proporção. Primeiramente retomamos os conceitos básicos de frações equivalentes.

A primeira atividade tinha como objetivo trabalhar com o reconhecimento de representações de frações e frações equivalentes, nas formas de razão e pictórica. Os alunos conseguiram realizar a atividade como planejado, porém notamos dificuldade em reconhecer as figuras geométricas.

Na sequência relembramos brevemente as operações com as frações que seriam necessárias para a realização do jogo “Stop”. O jogo funcionou da seguinte maneira as professoras sorteavam de um monte palavras com temas diferentes e os alunos deviam escrever o maior número possível de palavras possíveis em 15 segundos, após esse tempo eles deveriam contar os pontos, cada palavra que o participante acertasse sozinho acumulava um ponto, se mais de um acertasse faria a divisão desse ponto pelo número de participantes. Novamente notamos dificuldades na realização nas operações básicas, principalmente na soma e subtração com diferentes denominadores.

Após o intervalo realizamos a explicação formal do conteúdo em questão: Razão, Proporção e Porcentagem. No restante da aula os alunos realizaram os exercícios entregues anteriormente. Auxiliamos os grupos e individualmente nas resoluções. Foram feitas as correções de 2 exercícios no quadro.

Para finalizar a aula foi entregue o exercício desafio como forma de tarefa. Solicitamos para que eles escrevessem anonimamente, um “Feedback” e sugestões, onde recebemos bastante elogios pela aula e algumas sugestões de conteúdos que eles gostariam que nos trabalhássemos com eles.

6. Encontro 2

6.1. Plano de Aula Encontro 2

PROMAT – 2º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 2º ENCONTRO – 12/03/2022

Conteúdo

Potenciação, radiciação e conjuntos numéricos.

Objetivo geral

Realizar operações usando potenciação e radiciação e, identificar os conjuntos.

Objetivos específicos

Ao se trabalhar com potenciação, radiciação e conjuntos numéricos, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a radiciação como operação inversa da potenciação;
- Identificar que números compostos são formados por números primos para o processo de fatoração;
- Demonstrar a potenciação a partir da multiplicação de números naturais, sendo eles compostos ou primos;
- Reconhecer e aplicar as propriedades de potenciação e radiciação;
- Compreender os conjuntos numéricos;
- Identificar os tipos de operações de conjuntos e suas propriedades.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, atividades impressas, fichas confeccionadas pelos professores, moedas de qualquer valor, computador e multimídia.

Encaminhamento metodológico:

1. Inicia-se a aula com a atividade proposta no encontro anterior para contextualizar o novo conteúdo, pedindo para que os alunos compartilhem as ideias para resolvê-lo (tempestade de ideias); **(15 min)**

2. Os alunos serão divididos em grupos para realização de um jogo proposto pelos professores com intuito de saber o que os alunos já sabem sobre o conteúdo (*Anexo X*); **(35min)**

Jogo - Batalha das potências

A batalha das potências é feita como o jogo do "quem sou eu", onde o participante deve descobrir o que está na carta que segura na testa.

Para a realização do jogo será preciso:

- Fichas com bases
- Fichas com expoentes
- Uma moeda para cada grupo

Passo a passo

O jogo segue com três participantes de cada grupo: um juiz e dois desafiantes.

Ele joga a moeda para decidir se fará a operação de divisão (cara) ou multiplicação (coroa).

O monte com as fichas das bases fica com o juiz e o com expoentes fica entre os desafiantes.

O juiz deve pegar uma carta no seu montinho de bases, e depois um expoente é pego por cada participante e mostrado ao juiz (quem pegou a carta não pode ver seu conteúdo!)

O juiz então realizará o cálculo, como por exemplo: a base sorteada é 2. O participante da direita tem 2^3 e o da esquerda 2^4. Então o cálculo será o seguinte: $2^3 \div 2^4 = 2^{-1}$

Depois que fizer o cálculo, o juiz fala a potência resultante para os participantes.

Eles terão que adivinhar qual carta está em sua testa, tendo como base somente a carta do participante que está a sua frente!

Quem conseguir descobrir sua carta primeiro ganha um ponto, depois de três partidas quem tiver mais pontos ganha o jogo!

3. Para formalizar o conteúdo, os professores entregarão um material impresso contendo as propriedades e exercícios *(Anexo 1)*. Explicando cada uma das propriedades, os professores darão exemplos em lâminas apresentando os conceitos e definições do conteúdo. Assim, após as explicações, os alunos realizarão os exercícios; **(50 min)**

4. Intervalo; **(20 min)**

5. Após o intervalo, será feita a correção de alguns exercícios, indicados pelos alunos os quais obtiveram mais dificuldade; **(15 min)**

6. Para o segundo momento da aula, será trabalhado o conteúdo de conjuntos de forma mais breve e sintetizada. Será entregue outro material impresso com as definições e exercícios *(Anexo 2)*. Os professores apresentarão no quadro os diagramas e representações dos conjuntos dando exemplos e formalizando o conteúdo; **(45 min)**

7. Em seguida os alunos realizarão os exercícios sobre conjuntos, que já estão juntamente com a folha entregue com o conteúdo (*Anexo 2*); **(30 min)**

8. Os exercícios que os alunos obtiveram maior dificuldade, serão corrigidos no quadro pelos professores para esclarecimento de dúvidas; **(20 min)**

9. Para finalizar a aula, os professores entregarão um exercício desafio referente ao conteúdo do próximo encontro, como forma de tarefa. **(10 min)**

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores e resolução de exercícios. Se houver alguma dúvida sobre o que foi abordado, será retomado na próxima aula. A avaliação se dará também por meio de um desafio proposto pelas professoras, que abordará o conteúdo da aula seguinte, que será realizada individualmente e entregue na aula seguinte.

6.2. Material Entregue Encontro 2

PROMAT
2° ENCONTRO – 12/03/2022
Potenciação, Radiciação e Conjuntos Numéricos

POTENCIAÇÃO

A operação de potenciação é usada para facilitar uma **multiplicação de fatores iguais.**

Em uma potenciação, o fator que se repete é chamado de **base,** o número que indica quantas vezes o fator se repete é chamado de **expoente** e o resultado da operação é chamado de **potência.**

Expoente

$4^2 = 16$ **Potência**

Base

Tabela 2 Propriedades Potenciação

Propriedades	Potenciação
$\boldsymbol{a^0 = 1}$	Seja qual for o número elevado a 0, o seu resultado é sempre 1. (Essa regra não se aplica ao número 0).
$\boldsymbol{a^1 = a}$	Todo e qualquer número elevado a 1, o seu resultado é o próprio número.
$\boldsymbol{a^{-k} = \left(\frac{1}{a}\right)^k}$	**Potência de expoente negativo**: Quando o expoente for negativo, o seu resultado é o inverso da base elevada ao expoente, desta vez positivo.
$\boldsymbol{a^n . a^m = a^{n+m}}$	**Multiplicação de potências de bases iguais:** Multiplicando potências com a mesma base, mantêm-se a base e somam-se os expoentes.
$\boldsymbol{a^n . b^n = (a.b)^n}$	**Multiplicação de Potência com bases diferentes:** Multiplicando potências com bases diferentes, mantêm-se o expoente e multiplicam-se as bases.
$\boldsymbol{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$	**Divisão de Potência (Igual base):** Mantêm-se a base e subtraem-se os expoentes.

$\frac{\boldsymbol{a^n}}{\boldsymbol{b^n}} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{\boldsymbol{n}}$	**Divisão de potência (Diferente base):** Mantêm-se os expoentes e divide-se as bases.
$(\boldsymbol{a^n})^{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{a^{n.p}}$	**Potência de uma potência:** Mantêm-se e multiplicam-se os expoentes.
$\boldsymbol{a^{\frac{n}{p}}} = \sqrt[\boldsymbol{p}]{\boldsymbol{a^n}}$	**Potência de expoente fracionário**: Quando o expoente de uma potência é uma fração, resultam uma raiz cujo índice é o denominador da fração.

Fonte 9 Autores

RADICIAÇÃO

A operação de radiciação é a inversa da potenciação, ou seja, serve para encontrar dois números iguais cuja multiplicação dê o número dado.

Em uma radiciação, temos o símbolo do **radical** $\sqrt{\ }$, onde fator que está dentro chama-se **radicando**, o fator que está em cima é o **índice**.

Índice

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

Raiz (resultado da operação)

Radicando

Tabela 3 Propriedades Radiciação

Propriedades	Radiciação
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^{n} = a$	**Potência de uma raiz:** Quando o índice da potência apresenta o mesmo índice da raiz, ambos se anulam.
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^{p} = \sqrt[n]{a^p}$	**Raiz de uma potência e potência de uma raiz:** Quando uma raiz é base de uma potência, o índice da potência p, passa a ser índice do radicando.
$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n.p]{a}$	**Raiz de uma raiz:** quando uma raiz é raiz ou radicando de uma outra raiz, multiplicam-se os seus índices.
$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}.\sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a.b.c}$	**Multiplicação de raízes de mesmo índice:** mantem-se o índice e multiplicam-se os radicandos.
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	**Divisão de raízes com o mesmo índice:** a divisão de raízes com o mesmo índice resulta em uma só raiz de índice n, onde a divisão é efetuada pelos seus radicandos.
$A.\sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n.B}$	**O produto entre um número real positivo A e uma raiz** é igual a raiz do produto destes dois números, onde A ao ser transferido para o interior da raiz é efetuada pelo seu índice, e vice-versa.

$a^{-\frac{p}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^p}}$	**Potência de expoente fracionário negativo:** quando o expoente de uma potência é uma fração negativa: resulta numa fração cujo denominador é uma raiz em que n será o índice e p o expoente do radicando.

Fonte 10 Autores

Exercícios

1- (PUC-RJ) o maior número abaixo é:
a) 3^{31}
b) 8^{10}
c) 16^{8}
d) 81^{6}
e) 243^{4}

2- (UTF - PR) Considere as seguintes expressões:
I. $\frac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$
II. $(2\sqrt{3})^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
III. $(2^4)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

É (são) verdadeira(s), somente:
a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) I e III.

3 - As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.
A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de
a) $4{,}129 \times 10^{3}$
b) $4{,}129 \times 10^{6}$
c) $4{,}129 \times 10^{9}$
d) $4{,}129 \times 10^{12}$
e) $4{,}129 \times 10^{15}$

4- (IFSC - 2018) analise as afirmações seguintes
I. $-5^2 - \sqrt{16} \cdot (-10) + (\sqrt{5})^2 = -17$
II. $35 + (3 + \sqrt{81} - 23 + 1) \times 2 = 10$
III. Efetuando-se $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$, obtém-se um número múltiplo de 2

Assinale a alternativa correta
a) Todas são verdadeiras

b) apenas 1 e 3 são verdadeiras
c) todas são falsas
d) apenas uma das afirmações é verdadeira.
e) apenas 2 e 3 são verdadeiras

5- (UFRGS) A expressão é igual a:

$$\frac{5\sqrt[12]{64}-\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt[4]{324}}$$

a) √2 + 3√3 / 4√2.
b) 5√2.
c) √3.
d) 8√2.
e) 1.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto dos Naturais $(\mathbb{N})$
Qualquer número que resulte de uma contagem resulta em **um número natural.** $\mathbb{N}^*$ é a representação de todos os números naturais não nulos.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \dots, +\infty\}$$
$$\mathbb{N}^* = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \dots, +\infty\}$$

Conjuntos dos Inteiros $(\mathbb{Z})$

$$\mathbb{Z} = \{\, -\infty, \dots, -\mathbf{3}, -\mathbf{2}, -\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \dots, +\infty\}$$
$$\mathbb{Z}^* = \{\, -\infty, \dots, -\mathbf{3}, -\mathbf{2}, -\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \dots, +\infty\}$$

Observe que todo número natural é inteiro, por isso escrevemos:
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$
Lê-se: “$\mathbb{N}$ está contido em $\mathbb{Z}$” ou “$\mathbb{N}$ é subconjunto de $\mathbb{Z}$”.

Conjuntos dos Racionais $(\mathbb{Q})$
O conjunto dos racionais é composto pelas frações do tipo $\frac{a}{b}$, onde $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$**.**
A notação $a \in \mathbb{Z}$ diz que o elemento a pertence ao conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z}$., e no caso $b \in \mathbb{Z}^*$, lemos o elemento b pertence aos números inteiros, com exceção do zero $(\mathbb{Z}^{*)}$**.**
Observe que todo número racional pode ser representado por um número decimal. Temos dois casos:

- Um número decimal com uma quantidade finita de algarismos:
  Exemplos:

$$\frac{3}{1} = 3; \qquad \frac{1}{2} = 5; \qquad \frac{60}{1000} = 0{,}06$$

- Um número decimal com uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, denominado dizima periódica.
  Exemplos:
  $$\frac{10}{3} = 3{,}33\ldots; \qquad \frac{7}{3} = 2{,}333\ldots; \qquad \frac{1}{6} = 0{,}166\ldots.$$

Conjuntos dos Irracionais ($\mathbb{I}$)

O conjunto dos números irracionais é composto pelos decimais não exatos ou raízes não exatas, e pelas dizimas não periódicas.

Exemplos:

$\sqrt{2} = 1{,}4142136\ldots$

$\pi = 3{,}1415926\ldots$

Curiosidade: Em 2011 os engenheiros Alexander Yee e Shigeru Kondo calcularam os dez primeiros trilhões de decimais do número pi com a ajuda de seu computador, que levou cerca de um ano para completar as operações.

Exercícios

1-Qual a proposição abaixo é verdadeira?
a) Todo número inteiro é racional e todo número real é um número inteiro.
b) A intersecção do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais tem 1 elemento.
c) O número 1,83333... é um número racional.
d) A divisão de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

2- Sobre conjuntos numéricos são feitas as seguintes afirmações:
Todo número inteiro é natural;
Todo número natural é racional;
Todo número real é irracional;
Todo número racional é natural;
Todo número natural é inteiro.
Qual(is) dessas afirmações é (são) verdadeira?

3- Use $\in$ ou $\notin$ nas lacunas:

a) 2_______$\mathbb{N}$	f) $\sqrt{9}$_________$\mathbb{Z}$
b) -5 _______$\mathbb{Z}$	g) $\sqrt[3]{8}$ _________$\mathbb{Q}$
c) -21________$\mathbb{Q}$	h) 0,55555 … _________$\mathbb{Q}'$
d) 0,56 ________$\mathbb{R}$	i) $-\sqrt{6}$ _________$\mathbb{Q}'$
e) $-\frac{1}{4}$ ________$\mathbb{N}$	j) $\sqrt{a^2}$________$\mathbb{Z}$, sendo a $\in \mathbb{N}$.

4- Calculando-se $\sqrt{30}$, obtém-se 5,4772255..., número que tem representação decimal infinita, mas não é dizima periódica. Conclui-se então que $\sqrt{30}$ é um número:
a) ( ) natural
b) ( ) inteiro

c) ( ) racional
d) ( ) irracional

5- Sobre os conjuntos numéricos, marque a alternativa incorreta.
a) Todo número natural é também um número racional.
b) Um número racional não pode ser irracional.
c) Todo número negativo é um número inteiro.
d) O conjunto dos números reais é formado pela união dos números racionais e irracionais.
e) As dízimas periódicas são consideradas números racionais, portanto são também números reais.

6- Em relação aos principais conjuntos numéricos, identifique as sentenças verdadeiras.
a) ( ) Todo número inteiro é natural, mas nem todo número natural é inteiro.
b) ( ) Todo número natural é inteiro.
c) ( ) Todo número racional é natural, mas nem todo número natural é racional.
d) ( ) Todo número racional é inteiro.
e) ( ) O número zero é real, inteiro e racional.
f) ( ) Toda dízima periódica é um número racional.

7- Sobre os conjuntos numéricos, marque a alternativa incorreta.
a) Todo número natural é também um número racional.
b) Um número racional não pode ser irracional.
c) Todo número negativo é um número inteiro.
d) O conjunto dos números reais é formado pela união dos números racionais e irracionais.
e) As dízimas periódicas são consideradas números racionais, portanto são também números reais.

8- Sobre os conjuntos numéricos, podemos afirmar que:
I – a soma de dois números racionais é sempre um número racional.
II – a divisão de dois números naturais é sempre um número natural.
III – a diferença entre dois números inteiros é sempre um número inteiro.
IV – o produto entre dois números reais é sempre igual a um número real.

Julgando as afirmativas, temos que:
a) somente a afirmativa I é falsa.
b) somente a afirmativa II é falsa.
c) somente a afirmativa III é falsa.
d) somente a afirmativa IV é falsa
e) todas as afirmativas são verdadeiras.

6.3. Resolução de Exercícios Encontro 2

Exercícios Potenciação e Radiciação

1- (PUC-RJ) o maior número abaixo é:

a) $3^{31} = (3^1)^{31} = 3^{31}$
b) $8^{10} = (2^3)^{10} = 2^{30}$
c) $16^8 = (2^4)^8 = 2^{32}$
d) $81^6 = (3^4)^6 = 3^{24}$
e) $243^4 = (3^5)^4 = 3^{20}$

Vamos comparar as bases iguais:
2^{30} e 2^{32} ---> maior é 2^{32} (o 2 multiplicado por ele mesmo 32 vezes)
3^{31} , 3^{24} e 3^{20} ---> maior é 3^{31}
Comparando os maiores com bases diferentes:
$2^{32} = 2^{31} . 2$
$3^{31} = 3^{31}$ 3^{31} é o maior

Multiplicará o número 3 por ele mesmo 31 vezes.
Multiplicará o número 2 por ele mesmo 31 vezes e o resultado multiplicará por 2.

2- (UTF - PR) Considere as seguintes expressões:

I. $\frac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$

II. $(2\sqrt{3})^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

III. $(2^4)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

É (são) verdadeira(s), somente:
a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) I e III.
Vamos analisar cada uma das expressões individualmente:

I. $\frac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$

Através da fatoração, podemos escrever a raiz quadrada de 12 como a raiz do produto **(4.3)**. Mas uma das propriedades da radiciação é que "a raiz de um produto é igual ao produto das raízes". Logo:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4.3} = 2\sqrt{3}$$

Substituindo √**12** por **2**√**3** na expressão, teremos:

$$\frac{3\sqrt{12}}{2} = \frac{3.2\sqrt{3}}{2} = \frac{3.\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{3}$$

Portanto, a expressão **I** está incorreta.

II. $(2\sqrt{3})^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

O expoente **– 1** no primeiro membro da equação garante que podemos escrever **2√3** como denominador de uma fração que possua **1** no numerador, isto é:

$$(2\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

Fazendo a racionalização do denominador, teremos:

$$(2\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2.3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Portanto, a expressão **II** é verdadeira.

III. $(2^4)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

No primeiro membro da equação, há a potência $\mathbf{2^4}$**.** Desenvolvendo-a, temos:

$$\mathbf{2^4 = 2.2.2.2 = 16}$$

Ainda no primeiro membro temos o expoente ½, que pode ser substituído por uma raiz quadrada:

$$\mathbf{(2^4)^{1/2} = 16^{1/2} = \sqrt{16} = 4}$$

Portanto, essa expressão também está incorreta. Logo a alternativa correta é aquela que aponta apenas a expressão **II,** isto é, a letra **b**.

3 - As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.
A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de
a) 4,129 x 10^3
b) 4,129 x 10^6
c) 4,129 x 10^9
d) 4,129 x 10^{12}
e) 4,129 x 10^{15}
Possível solução:
mil = 1.000 = 10^3
milhão = 1.000.000= 10^6
4,129 milhões de toneladas = 4,129 . 10^6 toneladas
1 tonelada = 1000 kg = 10^3 kg
Logo
4,129 milhões de toneladas = 4,129 . 10^6 toneladas = 4,129 . $10^6 \cdot 10^3$ kg = 4,129 . 10^9kg
Letra C

4- (IFSC - 2018) analise as afirmações seguintes
I. $-5^2 - \sqrt{16} \cdot (-10) + (\sqrt{5})^2 = -17$
II. $35 + (3 + \sqrt{81} - 23 + 1) \times 2 = 10$
III. Efetuando-se $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$, obtém-se um número múltiplo de 2

Assinale a alternativa correta
a) Todas são verdadeiras

b) apenas 1 e 3 são verdadeiras
c) todas são falsas
d) apenas uma das afirmações é verdadeira.
e) apenas 2 e 3 são verdadeiras
[I] (Verdadeira):– 5^2 - $\sqrt{16}$. (- 10) ÷ ($\sqrt{5}$)^2 = -17 → - 25 – 4.(-10) ÷ 5 =

= - 25 + 8 = - 17

[II] (Falsa): 35 ÷ (3 + $\sqrt{81}$ – 2^3 + 1) = 10 → 35 ÷ (3 + 9 – 8 + 1) = 35 ÷ 5 = 7

[III] (Verdadeira) : (3 + $\sqrt{5}$)(3 - $\sqrt{5}$) = 3^2 - ($\sqrt{5}$)^2 = 4

5- (UFRGS) A expressão é igual a:

$$\frac{5\sqrt[12]{64} - \sqrt{18}}{\sqrt{50} - \sqrt[4]{324}}$$

a) √2 + 3√3 / 4√2.
b) 5√2.
c) √3.
d) 8√2.
e) 1.

Antes de resolver a expressão, vamos tentar simplificar ou resolver todas as raízes até alcançar valores menores.

$$\sqrt[12]{64} = \sqrt[12]{2^6} = 2^{\frac{6}{12}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$
$$\sqrt{18} \mathbf{=} \sqrt{9}\mathbf{..2 =}\sqrt{9}\mathbf{.}\ \sqrt{2}\ \mathbf{= 3}\sqrt{2}$$
$$\sqrt{50}\ \ \mathbf{=} \sqrt{25}\mathbf{.2 =} \sqrt{25}\mathbf{.}\ \sqrt{2}\mathbf{= 5}\sqrt{2}$$
$$\sqrt[4]{324} = \sqrt[4]{2^2.3^4}=\sqrt[4]{2^2}\,.\sqrt[4]{3^4} = 2^{\frac{2}{4}}.3 = 2^{\frac{1}{3}}.3 = 3.\sqrt{2}$$

Substituiremos na expressão os valores encontrados:

$$\frac{5\ \sqrt[12]{64}-18}{\sqrt{50}-\sqrt[4]{324}} = \frac{5.\sqrt{2}-3.\sqrt{2}}{5.\sqrt{2}-3\sqrt{2}} = 1$$

Observe que o numerador e o denominador da fração ficaram iguais. Dividindo-os, podemos concluir que essa expressão é igual a **1**. Portanto, a alternativa correta é a letra **e**.

Exercícios Conjuntos Numéricos

1-Qual a proposição abaixo é verdadeira?

a) Todo número inteiro é racional e todo número real é um número inteiro.
b) A intersecção do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais tem 1 elemento.
c) O número 1,83333... é um número racional.
d) A divisão de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
Alternativa correta: c) O número 1,83333... é um número racional.
Vamos analisar cada uma das afirmações:

a) Falsa. Realmente todo número inteiro é racional, pois pode ser escrito na forma de fração. Por exemplo, o número - 7, que é inteiro pode ser escrito, na forma de fração, como - $\frac{7}{1}$. Contudo, nem todo número real é inteiro, por exemplo $\frac{1}{2}$ não é um número inteiro.

b) Falsa. O conjunto dos números racionais não possui nenhum número em comum com os irracionais, pois um número real ou é racional ou é irracional. Portanto, a intersecção é um conjunto vazio.

c) Verdadeira. O número 1,83333... é uma dízima periódica, pois o algarismo 3 se repete infinitamente. Esse número pode ser escrito na forma de fração como 11/6, portanto é um número racional.

d) Falsa. Por exemplo, 7 dividido por 3 é igual a 2,33333..., que é uma dízima periódica, logo não é um número inteiro.

2- Sobre conjuntos numéricos são feitas as seguintes afirmações:
Todo número inteiro é natural;
Todo número natural é racional;
Todo número real é irracional;
Todo número racional é natural;
Todo número natural é inteiro.
Qual(is) dessas afirmações é (são) verdadeira?
Verdadeira
Verdadeira
Verdadeira
Falsa
Verdadeira

3- Use $\in$ ou $\notin$ nas lacunas:

a) 2______$\mathbb{N}$	f) $\sqrt{9}$________$\mathbb{Z}$
b) -5 ______$\mathbb{Z}$	g) $\sqrt[3]{8}$ ________$\mathbb{Q}$
c) -21_______$\mathbb{Q}$	h) 0,55555 … ________$\mathbb{Q}'$
d) 0,56 _______$\mathbb{R}$	i) $-\sqrt{6}$ ________$\mathbb{Q}'$
e) – ¼ _______$\mathbb{N}$	j) $\sqrt{a^2}$_______$\mathbb{Z}$, sendo a $\in \mathbb{N}$.

A) pertence
b) pertence
c) não pertence
d) pertence
e) não pertence
f) pertence
g) pertence
h) pertence
i) pertence
j) não pertence

4- Calculando-se $\sqrt{30}$, obtém-se 5,4772255..., número que tem representação decimal infinita, mas não é dizima periódica. Conclui-se então que $\sqrt{30}$ é um número:

a) ( ) natural
b) ( ) inteiro
c) ( ) racional
d) ( ) irracional
Racional

5- Sobre os conjuntos numéricos, marque a alternativa incorreta.
a) Todo número natural é também um número racional.
b) Um número racional não pode ser irracional.
c) Todo número negativo é um número inteiro.
d) O conjunto dos números reais é formado pela união dos números racionais e irracionais.
e) As dízimas periódicas são consideradas números racionais, portanto são também números reais.
Estamos procurando a alternativa incorreta.
a) Correta, pois o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais.
b) Correta, um número racional não pode ser irracional, pois a intersecção entre esses conjuntos é vazia.
c) Incorreta, pois, por mais que o conjunto dos números inteiros seja o acréscimo dos números negativos, vale ressaltar que números decimais negativos não são inteiros, como – 2,5, ou até mesmo números irracionais, como o - π.
d) Correta, pois essa é a definição dos números reais.
e) Correta, pois as dízimas periódicas podem ser representadas por frações, logo são racionais, e todo número racional é também um número real.

6- Em relação aos principais conjuntos numéricos, identifique as sentenças verdadeiras.
a) ( ) Todo número inteiro é natural, mas nem todo número natural é inteiro.
b) ( ) Todo número natural é inteiro.
c) ( ) Todo número racional é natural, mas nem todo número natural é racional.
d) ( ) Todo número racional é inteiro.
e) ( ) O número zero é real, inteiro e racional.
f) ( ) Toda dízima periódica é um número racional.
Falso
Verdadeiro
Falso
Falso
Falso

7- Sobre os conjuntos numéricos, marque a alternativa incorreta.
a) Todo número natural é também um número racional.
b) Um número racional não pode ser irracional.
c) Todo número negativo é um número inteiro.
d) O conjunto dos números reais é formado pela união dos números racionais e irracionais.
e) As dízimas periódicas são consideradas números racionais, portanto são também números reais.

Alternativa C.
Estamos procurando a alternativa incorreta.
a) Correta, pois o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais.
b) Correta, um número racional não pode ser irracional, pois a intersecção entre esses conjuntos é vazia.
c) Incorreta, pois, por mais que o conjunto dos números inteiros seja o acréscimo dos números negativos, vale ressaltar que números decimais negativos não são inteiros, como – 2,5, ou até mesmo números irracionais, como o $-\pi$.
d) Correta, pois essa é a definição dos números reais.
e) Correta, pois as dízimas periódicas podem ser representadas por frações, logo são racionais, e todo número racional é também um número real.

8- Sobre os conjuntos numéricos, podemos afirmar que:
I – a soma de dois números racionais é sempre um número racional.
II – a divisão de dois números naturais é sempre um número natural.
III – a diferença entre dois números inteiros é sempre um número inteiro.
IV – o produto entre dois números reais é sempre igual a um número real.

Julgando as afirmativas, temos que:
a) somente a afirmativa I é falsa.
b) somente a afirmativa II é falsa.
c) somente a afirmativa III é falsa.
d) somente a afirmativa IV é falsa
e) todas as afirmativas são verdadeiras.
Alternativa E

6.4. Relatório Encontro 2

2º Encontro – PROMAT

Na manhã do dia 12 de março de 2022, ocorreu o segundo encontro do Promat. Estavam presentes 23 alunos. Iniciamos a aula com a apresentação dos alunos que não compareceram ao encontro anterior. Na sequência questionamos sobre as resoluções do desafio proposto na aula anterior, como nenhum aluno se manifestou em ter resolvido o desafio, as professoram apresentaram a resolução no quadro.

Foi solicitado para que se dividissem em grupos de 3 ou 4 alunos, para o desenvolvimento do jogo. No decorrer da dinâmica foi observado a grande dificuldade com o conteúdo em questão, Potenciação e Radiciação. Com isso foi necessária a demonstração do jogo pelas professoras e a explicação de cada operação, o jogo apresentado foi batalha das potências que é bem parecido com o jogo quem sou eu, o jogo segue com três participantes de cada grupo um juiz e dois desafiantes, o jogador joga a moeda para decidir qual operação será feita divisão (cara) e multiplicação (coroa), o monte de fichas das bases ficou com o juiz e a dos expoentes com os desafiantes, o juiz pega uma carta em seu montinho e logo em seguida um expoente é pego por cada participante e mostrado ao juiz, cada jogador deve colocar a carta na testa a pois não pediam ver o que eu tinha nela. O juiz então realiza o cálculo, como por exemplo: a base sorteada é 2, o participante da direita tem e o da esquerda 2^4, então o cálculo será $\frac{2^3}{2^4} = 2^1$. Depois da realização do cálculo, o juiz fala a potência resultante para os participantes, então eles descobriam qual carta estava em sua testa. Conseguimos notar que a grande maioria dos grupos se divertiu bastante com o jogo, e notemos também que na realização das atividades eles conseguiram resolver produto e divisão de potências de mesma base bem rapidamente.

Formalizando o conteúdo, foram apresentadas cada uma das propriedades de Potenciação e Radiciação nas lâminas. Também foram entregues folhas impressas com o conteúdo e as atividades. Desta vez, foram lidos cada um dos exercícios juntamente com os alunos, para facilitar a interpretação.

Vale ressaltar que neste encontro teve a presença de uma aluna de etnia haitiana, mas como ela já reside no Brasil a três anos compreende muito bem nossa fala.

Após o intervalo, foram realizadas as atividades. As professoras fizeram o auxílio grupo a grupo, tirando as dúvidas individuais e conjuntas. Surgiu uma dúvida de um aluno onde ele gostaria de saber como dízimas periódicas podem ser escritas como frações, essa questão não estava no plano, mas foi explicado de forma clara para que ele compreendesse.

Por fim o último conteúdo do dia, Conjuntos numéricos, foi explicado com uma representação para facilitar a compreensão. Após, os restantes dos exercícios foram realizados junto com os alunos. Aproveitando os exercícios, as professoram foram apresentando as nomenclaturas e símbolos relacionados aos conjuntos numéricos. Antes de dispensar os alunos, foi entregue o desafio proposto para a aula seguinte.

7. Encontro 3

7.1. Plano de Aula Encontro 3

PROMAT – 3º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 3º ENCONTRO – 19/03/2022

Conteúdo

Polinômios, produtos notáveis e fatoração.

Objetivo geral

Reconhecer polinômios e produtos notáveis, e determinar sua forma fatorada.

Objetivos específicos

Ao se trabalhar com polinômios, produtos notáveis e fatoração, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Definir e explorar polinômios, assim como seu grau;
- Calcular o valor numérico de um polinômio;
- Efetuar multiplicação e divisão de monômios e polinômios;
- Reordenar os termos de um polinômio e transformá-lo em produto;
- Determinar a forma fatorada.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, atividades impressas, Multimídia, caixa de som, folha sulfite (papel para origami), regra, lápis, tesoura, cola ou grampeador.

Encaminhamento metodológico:

1. Iniciaremos o encontro convidando os alunos a partilharem as resoluções do desafio deixado na aula anterior, caso não tenha participação o professor irá corrigir. Neste problema os alunos tiveram que trabalhar com as propriedades de potências e utilizaram o conhecimento prévio sobre polinômios. **(10 min)**

2. Em seguida realizaremos a atividade exploratória a fim de introduzir o estudo de polinômios, realizaremos esta atividade a partir da exposição do vídeo intitulado Polinômios – Embalagens, disponível no link: http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7253

Esta atividade foi proposta por Onuchic et. al. (2014, pág. 90) em seu livro sobre resoluções de problemas, desenvolveremos as questões e reflexões propostas pela Onuchic et. al. (2014) em sala de aula, realizando uma discussão com os alunos.

Nesta atividade as professoras entregaram uma folha sulfite, em seguida solicitaram que os alunos realizem as instruções abaixo: **(50 mim)**

- Desenhe um quadrado de lado 4cm x 4cm nas extremidades da folha sulfite entregue pelas professoras no início da aula, conforme a imagem abaixo.

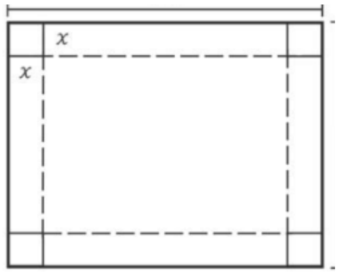


Figura 26 Modelo folha sulfite

Atividade 1

Questões para discussão oral com os alunos.

1. Qual o perímetro e a área da folha sulfite? Excluindo os quadrados das extremidades qual será o perímetro e a área da nova figura formada? Quais conclusões você pode tirar?

Perímetro da folha: (21+29,7cm) x 2= 101,4

Perímetro da folha sem os quadrados: (4 + 4) x4 + (21 – 8) x 2 + (29,7 - 8) x 2 =101,4

Área da folha (21x29,7) = 623,7

Área da folha sem os quadrados: (21 x 29,7) - 4(4x4) = 559,7 ou

(13 x 21,7) + (21,7 x 4) x 2 + (13 x 4) x 2 =559,7

Concluir que o perímetro não altera após o recorte dos quadrados no canto da figura, porém a área diminui quando retiramos uma parte.

- Recorte um dos lados do quadrado feito e colem no lado referente ao corte, a fim de formar uma caixa.

Após a construção das caixas as professoras irão concluir a atividade analisando o volume a partir do gráfico para responder as perguntas a seguir.

2. Qual o volume da caixa formada?

(área da base da caixa x altura) = (21,7 x 13 x 4) =1.128,4.

3. Qual seria a medida dos quadrados das extremidades, caso nosso objetivo fosse encontrar o maior volume possível para a caixa formada?

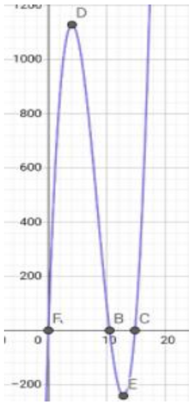
Discutir com os alunos sobre como iriamos transformar a caixa para obter o maior volume, quais variáveis teríamos, quais valores o a altura pode assumir. E a partir da discussão esperemos que eles cheguem na função V(x) = (21-2x) . (29,7- 2x) . x

4. Analisando o gráfico quais valores o x pode assumir?

Análise do gráfico de V(x) para os alunos visualizarem a variação de x.

Veja abaixo o gráfico da função V(x)

Figura 27 Gráfico Atividade Proposta



Fonte 11 GeoGebra

3. Após a introdução de polinômios, abordaremos a definição e operações de polinômios entregando o material impresso que contém o conteúdo da aula, assim como suas propriedades e exercícios (*Anexo 2*). As professoras explicarão o conteúdo no quadro, dando exemplos e ouvindo as dúvidas dos alunos. **(20 min)**

4. Na sequência os alunos realizarão os exercícios em grupos com a mediação do professor. **(20 min)**

5. Intervalo **(20 min)**

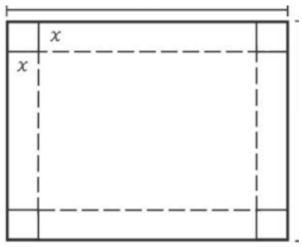
6. Iremos realizar inicialmente uma discussão sobre a noção que os alunos já possuem sobre produtos notáveis e fatoração, e perguntar o que eles entendem sobre produtos notáveis. **(5 min)**

7. A atividade a seguir tem como objetivo verificar e analisar o conhecimento prévio dos alunos, está contida no anexo 2. **(20 min)**

Atividade x

1. Qual das alternativas abaixo representa a área total desta figura?

Figura 28 Representação da Atividade



a) $(y-x)^2$ b) $(y-2x)^2$ c) $(y+2x)^2$ d) $(y-2x)(y+2x)$

2. Desenhe a figura 1, e pinte as representações de cada alternativa.

8. Em seguida entregaremos para os alunos o Algeplan, que consiste num conjunto de 40 figuras geométricas, as quais são 4 quadrados amarelos, 4 retângulos verdes, 4 quadrados azuis, 8 retângulos laranja, 8 retângulos roxo e 12 quadradinhos vermelhos.

Figura 29 Algeplan

Fonte 12 Autores

Solicitaremos que eles montem as figuras abaixo, por ordem e descubram sua área.

Figura 31 Montagem *Figura 30 Montagem*

1.

Fonte 13 Autores

2.

Fonte 14 Autores

Figura 33 Montagem

Figura 32 Montagem

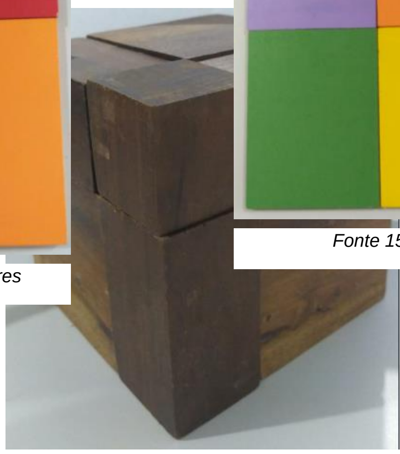
3.

Fonte 16 Autores

4.

Fonte 15 Autores

de madeira que rep



Fonte 17 Autores

9. Na sequência pediremos aos alunos que façam uma leitura individual do material contido no anexo 2, onde serão apresentadas as definições de produtos notáveis e fatoração. E solicitaremos que eles façam uma associação entre as áreas das figuras representadas anteriormente e os casos mais comuns de produtos notáveis. **(35 min)**

10. Após a leitura em conjunto, iremos apresentar os problemas extraídos de Vestibular e Enem. Será então solicitado aos alunos que expõem em seus grupos suas resoluções, a fim de discutirem e refletirem sobre seu trabalho. **(30 min)**

11. Na sequência passaremos como atividade de casa o desafio, que tem por finalidade abordar o conteúdo do próximo encontro (Equações, sistemas de equações e introdução a funções), pediremos aos alunos que façam uma prévia leitura do problema e tirem as possíveis dúvidas antes de acabar a aula. **(2 min)**

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Se houver alguma dúvida sobre o que foi abordado, será retomado na próxima aula. A avaliação da participação será feita também por meio de um desafio proposto pelas professoras, que abordará o próximo conteúdo, que será realizada individualmente e entregue na aula seguinte.

7.2. Material Entregue Encontro 3

PROMAT
3° ENCONTRO – 19/03/2022
Polinômios, produtos notáveis e fatoração

Polinômios

Uma função f: R → R é conhecida como função polinomial quando a sua lei de formação é um polinômio:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + a_{n-2}\, x^{n-2} + \cdots + a_2\, x^2 + a_1\, x + a_0$$

Os números $a_0, a_1\, a_{2\,,} \ldots\ , a_n$ são denominados coeficientes e as parcelas $a_1\, x, a_2\, x^2, \ldots\ , a_n x^n$ são chamados de termos do polinômio f.

Uma função polinomial de um único termo é denominada ***função monomial*** ou monômio.

Exemplos de monômios:

$f(x) = -3x^2$.
$g(x) = \ 2x^3$.
$h(x) = \ x^2$.

As seguintes aplicações são polinômios:

$f(x) = 1 + 2x + 3x^2 - 5x^3$, onde $a_0 = 1,\ a_1 = 2,\ a_2 = 3,\ a_{3=} - 5$.
$g(x) = 1 + 7x^4$, onde $a_0 = 1,\ a_1 = 0,\ a_2 = 0,\ a_{3=}0,\ a_{4=}7$.

O grau de um polinômio não nulo, escrito na forma reduzida, é o grau de seu monômio de maior grau.

Raiz de polinômios

Se x é um número real, tal que P(x) = 0, chamaremos x de raiz ou zero do polinômio P(X).

Para uma equação de grau n, existem n raízes reais ou complexas deve-se observar que essas raízes não são necessariamente distintas.

Se n for ímpar, existe pelo menos uma raiz real

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

Adição e subtração:

Adição e subtração: A adição ou diferença de dois polinômios é calculada pela soma ou subtração dos termos semelhantes. Para que dois termos sejam semelhantes, a parte literal (letra com o expoente) deve ser a mesma.

Exemplo: Seja $f(x) = 25x^2 + 4x + 5\ e\ q(x) = 4x^2 - 2x + 2$

Soma: $f(x) + g(x) =$

$(25x^2 + 4x + 5) + (\ 4x^2 - 2x + 2)$=

$25x^2 +\ 4x^2 + 4x - 2x$ +5 +2=

$$29x^2 + 2x + 7$$

Subtração: $f(x) - g(x)$=

$(25x^2 + 4x + 5) - (4x^2 - 2x + 2)$ =

$25x^2 -\ 4x^2\ \ 4x - (-2x)$ 5 – 2=

$$21x^2 + 6x + 3$$

Multiplicação e divisão de polinômios:

Multiplicar polinômio exige a aplicação da propriedade distributiva, ou seja, multiplicamos cada um dos termos do primeiro polinômio por cada um dos termos do segundo termo.

Seja $f(x) = (x^2 + 2x - 2)$ e $g(x) = (x + 1)$

Multiplicação: $f(x)\ .\ g(x) =$

$(x^2 + 2x - 2).\ (x + 1)$=

$(x^2.x) + (x^2.1) + (2x.x) + (2x.1) + (-2.x) + (-2.1)$ =

$x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 2x - 2$=

$$x^3 + 3x^2 - 2$$

Divisão: para calcular a divisão entre dois polinômios, recorremos ao mesmo método que utilizamos para calcular a divisão de dois números, o método de chaves.

Seja $f(x) = 15x^2 + 11x + 2\ e\ g(x) = 3x + 1$

Divisão: $\frac{f(x)}{g(x)} =$

$$\begin{array}{l|l} 15x^2 + 11x + 2 & 3x + 1 \\ \hline \underline{-15x^2 - 5x} & 5x + 2 \\ \quad 6x + 2 & \\ \quad \underline{-6x - 2} & \\ \quad 0 & \end{array}$$

Exercícios

1. (FEI - SP) O resto da divisão do polinômio $f(x) = x^5 + x^4 - x^3 + x + 2$ pelo polinômio $g(x) = x - 1$ é?

2. (UEL) Dividindo-se o polinômio $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21$ por $x + 3$, obtém-se?

3. Dados os polinômios:

$f(x) = 7 - 2x + 4x^2$

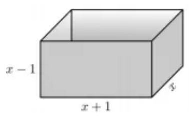
$g(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$

$h(x) = 2 - 3x + x^4$

$calcule\ (f+g)(x), (g-h)(x), (h\,.\,g)(x)$e $(f\,.\,g)(x)$

4. (Imparh) Temos uma caixa no formato de um paralelepípedo reto retângulo com profundidade x − 1, comprimento x + 1 e largura x (em que x ≥ 1 é um número real). Qual polinômio expressa o volume, V(x), dessa caixa?

Figura 35 Atividade



5. Analise as afirmativas a seguir:

I → O grau de um polinômio é dado pelo maior coeficiente de suas variáveis.

II → O valor numérico de P(x) = 3x² – 4x + 2 quando x = 2 é 6.

III → O polinômio p(x) = 4x³ + 2x² – 1 possui grau 4.

Marque a alternativa correta:
A) Somente a afirmativa I é verdadeira.
B) Somente a afirmativa II é verdadeira.
C) Somente a afirmativa III é verdadeira.
D) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
E) Todas as afirmativas são verdadeiras.

6. (UNIOESTE – 2019) Se o número real a é raiz do polinômio P(x) e o número real b é raiz do polinômio Q(x), então é CORRETO afirmar que

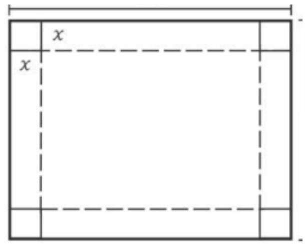
A. (a + b) é raiz de P(x) + Q(x).
B. a e b são raízes de P(x) + Q(x).
C. (ab) é raiz de P(x)Q(x).
D. a e b são raízes de P(x)Q(x).
E. (a + b) é raiz de P(x)Q(x).

PRODUTOS NOTÁVEIS

Atividade x

1. No início da aula trabalhamos com a imagem abaixo. Qual das alternativas representa esta figura?

Figura 36 Representação da atividade



b) (y-x)² b) (y-2x)² c) (y+2x)² d)(y-2x)(y+2x)

2. Desenhe a figura 1, e pinte as representações de cada alternativa.

Os produtos notáveis são casos de expressões algébricas que envolvem padrões de multiplicação, onde os termos são polinômios. Os principais casos são:

1. Quadrado da soma de dois termos:

Este produto tem com resultado o quadrado do primeiro termo mais o dobro do produto do primeiro com o segundo mais o quadrado do segundo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. Quadrado da diferença de dois termos:

É igual ao quadrado do primeiro termo menos o dobro do produto do primeiro com o segundo mais o quadrado do segundo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3. Produto da soma pela diferença de dois termos:

É igual ao quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo.

$$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$$

4. Produto da forma (x + p).(x + q):

É igual ao quadrado do primeiro mais (p+q) vezes x, mais p vezes q.

$$(x+p).(x+q) = x^2 + (p+q)x + pq$$

5. Cubo da soma de dois termos:

É igual ao cubo do primeiro termo mais o triplo do produto do quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais o triplo do produto do primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, mais o cubo do segundo termo.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

6. Cubo da diferença de dois termos:

É igual ao cubo do primeiro termo menos o triplo do produto do quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais o triplo do produto do primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, menos o cubo do segundo termo.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Exercícios Produtos Notáveis

1. (UFMG) O valor da expressão $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$ é:

a) $\frac{ab}{(a+b)^2}$ b) $\frac{ab}{(a^2+b^2)^2}$ c) $a^2 + b^2$ d) $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$

2. (FATEC) Ao entrar na sua sala de aula, Pedro encontrou as seguintes anotações no quadro:

$a + b = 6$

$a \cdot b = 4$

$a^2 + b^2 = ?$

Usando seus conhecimentos sobre produtos notáveis, Pedro determinou corretamente o valor da expressão $a^2 + b^2$. Esse valor é:

a) 26 b) 28 c) 32 d)36

3. (IMNEC) A diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre dois números reais é igual a:

a. A diferença dos quadrados dos dois números.
b. A soma dos quadrados dos dois números.
c. A diferença dos dois números.
d. Ao dobro do produto dos números
e. Ao quádruplo do produto dos números.

4. (PUC) Sendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax + b)$ para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente:

a) 1 e -1 b) 0 e 0 c) -1 e -1 d) -1 e 1 e)1 e 1

FATORAÇÃO

Ao se fatorar uma expressão algébrica tem como objetivo escrevê-la em uma expressão mais simples. Veja alguns casos de fatoração:

1. Fatoração pelo fator comum

Neste caso colocamos o fator comum em evidência. Veja exemplo abaixo:

2. Fatoração por agrupamento

Neste caso separemos expressão em grupos que nos permitem realizar a fatoração colocando o fator comum de cada grupo em evidência. Veja exemplo:

$ax + 2a + 5x + 10 = a(x + 2) + 5(x + 2) = (x + 2) . (a + 5)$

3. Fatoração da diferença de dois quadrados

A fatoração da diferença de dois quadrados é o caminho inverso dos produtos notáveis onde o produto da soma pela diferença dos mesmos termos.

$x^2 + 36 = (x + 6) . (x - 6)$

4. Fatoração do trinômio quadrado perfeito

É o caminho inverso do quadrado da soma e do quadrado da diferença de dois termos.

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

$x^2 - 6xy + 9y^2 = (x – 3y)^2$

5. Fatoração da soma de dois cubos $a^3 + b^3$

É o caminho inverso da multiplicação da expressão $(x + y) . (x^2 - xy + y^2)$

$(3x + 2)(9x^2 - 6x + 4) = 27x^3 - 18x^2 + 12x + 18x^2 - 12x + 8 = (3x)^3 + 2^3$

6. Fatoração da diferença de dois cubos $a^3 - b^3$

É o caminho inverso da multiplicação da expressão $(x - y) . (x^2 + xy + y^2)$

$(4x - 3)(16x^2 + 12x + 9) = 64x^3 + 48x^2 + 36x - 48x^2 - 36x - 27= (4x)^3 - 3^3$

Exercícios de Fatoração

1. (PUCCAMP) Considere as sentenças a seguir:

I. $(3x – 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$

II. $5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z)(y + 3m)$

III. $81x^6 – 49a^8 = (9x^3 - 7a^4)(9x^3 + 7a^4)$

Dessas sentenças, SOMENTE

a) I é verdadeira.
b) II é verdadeira.
c) III é verdadeira.
d) I e II são verdadeiras.
e) II e III são verdadeiras.

2. (FGV) Simplificando a fração $\frac{m^2+m}{5m^2+10m+5}$, obtém-se:

a) $\frac{1}{11}$ b) $\frac{m}{5(m+1)}$ c) $\frac{m}{5(m-1)}$ d) $\frac{m+1}{5m}$ e) $\frac{m-1}{5m}$

3. (UFRS) A expressão deve ser somada a $a^2 + 6a^2b^2 - 12a^2b$ para que resulte o quadrado de $(2a - 3ab)$ é:

a) $3a^2(1 + b^2)$
b) $a^2 - 9a^2b^2 + 12a^2b$
c) $-3a^2 - 3a^2b^2$
d) $3a^2 + 3a^2b^2 + 24a^2b$
e) $3a^2 + 3a^2b^2 - 24a^2b$

4. (UNESP - Adaptado) Por hipótese, considere a=b
Multiplique ambos os membros por a → $a^2=ab$
Subtraia de ambos os membros b^2 → $a^2 - b^2 = ab - b^2$
Fatore os termos de ambos os membros → $(a + b)(a - b) = b(a - b)$
Simplifique os fatores comuns → $a + b = b$
Use a hipótese que a = b → $2b = b$
Simplifique a equação e obtenha 2=1
A explicação para isto é:

7.3. Resolução de Exercícios Encontro 3

Resolução do desafio:
Se x é um número real que satisfaz a igualdade $x^3 = x + 2$, encontre um polinômio do segundo grau que representa x^{10}.
Note que podemos reescrever x^{10}:

$x^{10} = (x^3)^3 \cdot x$ e,
$= (x + 2)^3 \cdot x$
$=(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) \cdot x$
$= (x +2 + 6x^2 + 12x + 8) \cdot x$
$= (6x^2 +13x + 10) \cdot x$
$= 6x^3 + 13x^2 + 10x$

Lembrando que $x^3 = x + 2$:

$6(x+2) + 13x^2 + 10x$
$= 6x +12 + 13x^2 +10x$

$= 13x^2 + 16x + 12$

Portanto podemos representar x^{10}, pelo polinômio $P(t) = 13t^2 + 16t + 12$. Isto é $P(x) = x^{10}$

Exercícios Polinômios

1. (FEI - SP) O resto da divisão do polinômio $f(x) = x^5 + x^4 - x^3 + x + 2$ pelo polinômio $g(x) = x - 1$ é?

$$
\begin{array}{l|l}
x^5 + x^4 - x^3 + x + 2 & x-1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^5 + x^4} & x^4 + 2x^3 + x^2 + x + 2 \\
0 + 2x^4 - x^3 + x + 2 & \\
\underline{-2x^4 + 2x^3} & \\
x^3 + x + 2 & \\
\underline{-x^3 + x^2} & \\
0 + x^2 + x + 2 & \\
\underline{-x^2 + x} & \\
0 + 2x + 2 & \\
\underline{-2x + 2} & \\
4 &
\end{array}
$$

A divisão de polinômio tem resto 4.

2. (UEL) Dividindo-se o polinômio $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21$ por $x + 3$, obtém-se?

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21 & x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^4 - 3x^3} & x^3 - x^2 + x - 7 \\
0 - x^3 - 2x^2 - 4x - 21 & \\
\underline{+x^3 + 3x^2} & \\
0 + x^2 - 4x - 21 & \\
\underline{-x^2 - 3x} & \\
0 + 7x - 21 & \\
\underline{-7x + 21} & \\
0 &
\end{array}
$$

A divisão resulta no polinômio $x^3 - x^2 + x - 7$

3. Dados os polinômios:

$f(x) = 7 - 2x + 4x^2$

$g(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$

$h(x) = 2 - 3x + x^4$

$calcule\ (f + g)(x), (g - h)(x), (h \,.\, g)(x)$ e $(f \,.\, g)(x)$

$(f+g) = (7-2x+4x^2)+(5+x+x^2+5x^3) = 5x^3{+}4x^2{+}x^2-2x+x+7+5$
$= 5x^3+5x^2-x+12$

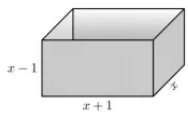
$(g-h)(x) = (5+x+x^2+5x^3)-(2-3x+x^4) = 5x^3-x^4{+}x^2+4x+3$

$(h\,.\,g)(x){=}(2-3x+x^4).(5+x+x^2+5x^3) = \ 5x^7+x^6+x^5{-}10x^4+7x^3-x^2-13x+10$

$(f\,.\,g)(x) = (7-2x+4x^2)(\,2-3x+x^4){=}16x^6-8x^5+28x^4-12x^3-25x+14$

4. (Imparh) Temos uma caixa no formato de um paralelepípedo reto retângulo com profundidade x − 1, comprimento x + 1 e largura x (em que x ≥ 1 é um número real). Qual polinômio expressa o volume, V(x), dessa caixa?

Figura 37 Atividade



Sabendo que a formula do volume de uma caixa é dada por $A_t = A_b$ .h
$((x+1).x).(x-1) = \ x^3-x^2+x^2-x = x^3-x$
Logo o polinômio que expressa o volume é x^3-x.

5. Analise as afirmativas a seguir:

I → O grau de um polinômio é dado pelo maior coeficiente de suas variáveis.

II → O valor numérico de P(x) = 3x² – 4x + 2 quando x = 2 é 6.

III → O polinômio p(x) = 4x³ + 2x² – 1 possui grau 4.

Marque a alternativa correta:
A) Somente a afirmativa I é verdadeira.
B) Somente a afirmativa II é verdadeira.
C) Somente a afirmativa III é verdadeira.
D) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
E) Todas as afirmativas são verdadeiras.

ITEM I. FALSO. O que define o grau de um polinômio é seu expoente, e não seu coeficiente.
ITEM II VERDADEIRO. Calculando:

$$P(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 2$$
$$P(2) = 3 \cdot 4 - 8 + 2$$
$$P(2) = 12 - 8 + 2$$
$$P(2) = 6$$

ITEM III. FALSO. O grau do polinômio é 3.

6. (UNIOESTE – 2019) Se o número real a é raiz do polinômio P(x) e o número real b é raiz do polinômio Q(x), então é CORRETO afirmar que

A. (a + b) é raiz de P(x) + Q(x).
B. a e b são raízes de P(x) + Q(x).
C. (ab) é raiz de P(x)Q(x).
D. a e b são raízes de P(x)Q(x).
E. (a + b) é raiz de P(x)Q(x).

a e b são raízes de P(x)Q(x). (TERMINAR)

Exercícios Produtos Notáveis

1. (UFMG) O valor da expressão $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$ é:

b) $\frac{ab}{(a+b)^2}$ b) $\frac{ab}{(a^2+b^2)^2}$ c) $a^2 + b^2$ d) $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$

$(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^{-2} = (\frac{a+b}{ab})^{-2} = (\frac{ab}{a+b})^2 = \frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$

2. (FATEC) Ao entrar na sua sala de aula, Pedro encontrou as seguintes anotações no quadro:

a + b = 6

a . b = 4

$a^2 + b^2 = ?$

Usando seus conhecimentos sobre produtos notáveis, Pedro determinou corretamente o valor da expressão $a^2 + b^2$. Esse valor é:

b) 26 b) 28 c) 32 d)36

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$6^2 = a^2 + b^2 + 2 . 4$$
$$36 = a^2 + b^2 + 8$$
$$a^2 + b^2 = 36 – 8 = 28$$

3. (IMNEC) A diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre dois números reais é igual a:

a. A diferença dos quadrados dos dois números.

b. A soma dos quadrados dos dois números.

c. A diferença dos dois números.

d. Ao dobro do produto dos números

e. Ao quádruplo do produto dos números.

$(a + b)^2 - (a – b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) – (a^2 - 2ab + b^2) = +2ab + 2ab =4ab$

4. (PUC) Sendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax +b)$ para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente:

b) 1 e -1 b) 0 e 0 c) -1 e -1 d) -1 e 1 e)1 e 1

$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = (x + 1)(x^2 + ax +b)$

$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x * x^2 + x * ax + x * b + x^2 + ax + b$

Observe que :

$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x^3 + ax^2 + xb + x^2 + ax + b$

$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x^3 + x^2(a + 1) + x (b+ a)+ b$

Com isso vemos que:

$a + 1 = 0 \qquad b + a = 0$

$a = -1 \qquad b = -a \rightarrow b = 1$

Exercícios de Fatoração

1. (PUCCAMP) Considere as sentenças a seguir:

IV. $(3x – 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$

V. $5xy +15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z)(y + 3m)$

VI. $81x^6 – 49a^8 = (9x^3 - 7a^4)(9x^3 +7a^4)$

Dessas sentenças, SOMENTE

a) I é verdadeira.

b) II é verdadeira.

c) III é verdadeira.

d) I e II são verdadeiras.

e) II e III são verdadeiras.

$(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^{-2} = (\frac{a+b}{ab})^{-2} = (\frac{ab}{a+b})^2 = \frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$

2. (FGV) Simplificando a fração $\frac{m^2+ m}{5m^2+10m+5}$, obtém-se:

a) $\frac{1}{11}$ b) $\frac{m}{5(m+1)}$ c) $\frac{m}{5(m-1)}$ d) $\frac{m+1}{5m}$ e) $\frac{m-1}{5m}$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$6^2 = a^2 + b^2 + 2 . 4$$
$$36 = a^2 + b^2 + 8$$
$$a^2 + b^2 = 36 – 8 = 28$$

3. (UFRS) A expressão deve ser somada a $a^2 + 6a^2b^2 - 12a^2b$ para que resulte o quadrado de $(2a – 3ab)$ é:

a) $3a^2(1 + b^2)$
b) $a^2 - 9a^2b^2 + 12a^2b$
c) $-3a^2 - 3a^2b^2$
d) $3a^2 + 3a^2b^2 + 24a^2b$
e) $3a^2 + 3a^2b^2 - 24a^2b$

$$(a + b)^2 - (a – b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) – (a^2 - 2ab + b^2) = +2ab + 2ab =4ab$$

4. (UNESP - Adaptado) Por hipótese, considere a=b

Multiplique ambos os membros por a → $a^2=ab$
Subtraia de ambos os membros b^2 → $a^2 - b^2 = ab – b^2$
Fatore os termos de ambos os membros → $(a + b)(a - b) = b(a - b)$
Simplifique os fatores comuns → $a + b = b$
Use a hipótese que a = b → $2b = b$
Simplifique a equação e obtenha 2=1
A explicação para isto é:

$$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = (x + 1)(x^2 + ax +b)$$
$$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x * x^2 + x * ax + x * b + x^2 + ax + b$$
Observe que :
$$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x^3 + ax^2 + xb + x^2 + ax + b$$
$$x^3 + 1 + 0x^2 + 0x = x^3 + x^2(a + 1) + x (b+ a)+ b$$
Com isso vemos que:
$$a + 1 = 0 \qquad b + a = 0$$
$$a = -1 \qquad b = -a \rightarrow b = 1$$

7.4. Relatório Encontro 3

3º Encontro – PROMAT

No dia 19 de março do ano de 2022, realizamos o primeiro encontro do PROMAT- Projeto de Ensino do Colegiado do Curso de Licenciatura em matemática, nas dependências da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, no bloco A e sala 104. Nesse encontro os conteúdos abordados foram, Polinômios, Produtos Notáveis e Fatoração.

Iniciamos o encontro as 8h, mesmo já sendo o terceiro encontro tivemos bastante alunos novos, então foi entregue a eles os materiais utilizados nos encontros passados. A aula começou com a correção de um desafio deixado na semana anterior para que eles tentassem resolver em casa, poucos fizeram. Uma aluna relatou que pediu ajuda a sua professora de matemática do colégio para resolver, mas preferiu apenas mostrar seu resultado no caderno deixando para que nós professoras que corrigíssemos no quadro. Após a correção foi feito a exposição de um vídeo que tinha o intuito de ajudar na realização da primeira atividade do dia e introduzir o conteúdo de polinômios. Após a exposição do vídeo foi proposto que eles realizassem uma atividade pratica. Essa atividade foi retirada de uma proposta de Onuchic et. al. (2014, pág. 90) em seu livro sobre resoluções de problemas, para iniciar a atividade as professoras entregaram uma folha sulfite para cada aluno, e foi solicitado que eles seguissem algumas instruções. A primeira dela era de que desenhassem um quadrado de lado 4cm x 4cm nas extremidades da folha sulfite conforme a imagem em anexo, segunda instrução era de que eles cortassem um dos lados do quadrado feito e colassem no lado referente ao corte, a fim de formar uma caixa. Após a construção da caixa as professoras concluíram a atividade analisando o volume da caixa, e ainda foram feitas algumas perguntas, tais quais: “Qual o volume da caixa formada”, “qual seria a medida dos quadrados das extremidades, caso nosso objetivo fosse ter o maior volume possível para a caixa formada?”. Nessa atividade, notou-se que os alunos têm dificuldade em seguir instruções, mesmo tendo a explicação das professoras ainda sim teve aluno que precisou de ajuda, isso mostra também que eles não conseguem ver a planificação de uma caixa, o que implica que talvez também não consigam ver a planificação de outros sólidos.

No segundo momento da aula foi entregue o material impresso, e apresentado através de lâminas a definição de polinômios e operações com polinômios. Eles compreenderam com certa facilidade os algoritmos de soma, subtração e produto de polinômios. A dificuldade maior ocorreu com a divisão de polinômios. Muitos alunos ainda não havia trabalho com essa operação. Os alunos mostraram interesse em exemplos de divisão, por isso, foram feitos quatro exemplos no quadro. Os alunos foram convidados a resolver os dois primeiros exercícios da lista. A maioria ainda teve dificuldade e por isso as professoras resolveram também esses exercícios no quadro. Após a correção desses exercícios foi introduzido os conteúdos de produtos notáveis, também através de lâminas com definições, propriedades e exemplos.

Ao final da aula foi começado a falar sobre fatoração, mas infelizmente devido ao tempo da aula, parte do conteúdo ficou para ser explicado no próximo encontro por conta do tempo acabou não dando tempo de finalizar, deixando assim uma parte do conteúdo a ser explicado no próximo encontro. Sobre o encontro percebemos que ficou muito maçante para os alunos pois nos atrasamos na atividade prática e com isso faltou tempo para as explicações dos outros conteúdos. Com isso os alunos tiveram pouca participação na aula e aparentemente ficou muito cansativa e não tão produtiva, como foram os encontros passados.

8. Encontro 4

8.1. Plano de Aula Encontro 4

PROMAT – 4º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 4º ENCONTRO – 26/03/2022

Conteúdo: Equações do 1º grau, sistemas de equações e introdução a função.

Objetivo geral: Solucionar problemas envolvendo sistemas de equações.

Objetivos específicos:

Ao se trabalhar com equações de 1º grau, sistema de equações e introdução a função, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer as equações do 1º grau.
- Descrever uma situação por meio de uma equação do 1º grau.
- Identificar os elementos de uma equação.
- Introduzir procedimentos para resolver equações de 1º grau com uma ou duas incógnitas.
- Resolver problemas por meio de equações.

- Resolver sistemas de equação do 1º grau com os métodos de adição e substituição.
- Resolver situações-problema que envolvem sistemas de equações do 1º grau.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, atividades impressas, Multimídia, folha sulfite, lápis, computador e Softwere Geogebra.

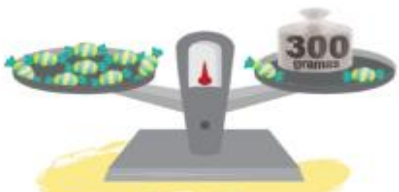
Encaminhamento metodológico

1. Iniciaremos a aula retomando o conteúdo que faltou ser explicado na aula anterior e, resolvendo o desafio proposto na aula interior, a fim de introduzir o conteúdo de equação do 1º grau. **(30 min)**

2. No segundo momento, iremos trabalhar o seguinte problema para introduzir equação de 1° grau:

1. (OBMEP 2018 - Nível A) Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso. Quantos gramas pesa cada um?

Figura 38 Imagem para a atividade



Perguntar para os alunos o que acontece se retirarmos o bombom de um dos lados da balança, e relacionar o equilíbrio da balança com a igualdade de equação, e explicar que o que fazemos de um lado da igualdade temos que fazer do outro, para manter a igualdade.

Resolução a ser feita com os alunos:

Figura 39 Imagem para a atividade

Em seguida basta dividir para encontrarmos o resultado.

Finalizaremos este problema relembrando o conceito de Equação de 1° grau., a fórmula geral e seu gráfico.

3. Na sequência será apresentado através das lâminas, a seguinte imagem.

Figura 40 Imagem para o desafio

Fonte 18 Branco e Preto 2014

na qual os alunos devem observar modelar um problema a partir dela, o intuito dessa a atividade é introduzir sistema de equações. Após alguns instantes será feita a correção pelas professoras; **(30 min)**

4. Na sequência, será entregue o material impresso, e feito uma breve explicação sobre o conteúdo referente ao encontro; **(40 min)**

5. Intervalo; **(20min)**

6. Após o intervalo, os alunos farão a resolução das atividades com o auxílio das professoras; **(1h)**

7. Em seguida, as professoras farão a correção de alguns exercícios no quadro; **(20min)**

8. Neste momento será apresentado a solução de um sistema no plano cartesiano usando o software Geogebra, apresentando assim as funções. **(40 min)**

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Se houver alguma dúvida sobre o que foi abordado, será retomado na próxima aula. A avaliação da participação será feita também por meio de um desafio proposto pelas professoras, que abordará o próximo conteúdo, que será realizada individualmente e entregue na aula seguinte.

8.2. Material Entregue Encontro 4

PROMAT
4° ENCONTRO – 26/03/2022
<u>Sistemas de Equação do 1° Grau</u>

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido, chamada **incógnita.**

Resolver uma equação é encontrar o valor desconhecido da incógnita, ou seja, obter a solução ou raiz da equação. Em uma equação podemos destacar os seguintes elementos.

incógnita

$$\underbrace{3x+2}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{95}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Exemplos de equações

$x+3=5$ $\qquad$ $2a+b=45$ $\qquad$ $x^2+6=-5x$

SISTEMA DE EQUAÇÕES DE

Um sistema de equação de 1º grau com duas incógnitas é formado por: duas equações de 1º grau com duas incógnitas diferentes em cada equação. Veja um exemplo:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 13 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Para encontrarmos o par ordenado solução desse sistema é preciso utilizar dois métodos para a sua solução. Esses dois métodos são: substituição e adição

Método da substituição: Para resolver pelo método da substituição escolhemos uma das incógnitas por exemplo a segunda e isolemos uma das variáveis.

$\begin{cases} 3x + 4y = 13 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ $x = 1 + 2y$ $\longrightarrow$ Agora voltamos a outra equação e onde tivermos o x substituiremos por $1 + 2y$.

$3(1 + 2y) + 4y = 13 \longrightarrow 3 + 6y + 4y = 13 \longrightarrow 10y = 13 - 3 \longrightarrow 10y = 10 \longrightarrow y = 1$

Para descobrir o valor do x podemos ir em qualquer uma das equações e substituir y por eu valor.

$x - 2.1 = 1 \longrightarrow x = 1 + 2 \longrightarrow x = 3$

Portanto temos como solução S=(3,1)

Método da adição: Dado o Sistema $\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ x + y = -1 \end{cases}$ um dos métodos que podemos utilizar para resolver o sistema por adição é multiplicar uma das equações por um número conveniente, a fim de eliminarmos uma das variáveis. Por exemplo se multiplicarmos a equação dois por 3 teremos

$x + y = -1$ Multiplicando por 3 ambos os lados a equação teremos.

$$+\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 3x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$8x + 0 = 8$$

portanto teremos que o $x = 1$, agora substituindo em qualquer uma das equações teremos $x + y = -1 \longrightarrow 1 + y = -1 \longrightarrow y = -2$.

Portanto teremos como solução S=(1,-2)

EXERCÍCIOS

1) (**Enem-2009)** Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas.
Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?
a) R$ 14,00. b) R$ 17,00. c) R$ 22,00. d) R$ 32,00. e) R$ 57,00.

2) O dobro de um número adicionado com 5 é igual a 155. Determine esse número.

3) Roberta é quatro anos mais velha que Bárbara. A soma das idades das duas é 44. Determine a idade de Roberta e Bárbara.

4) A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 72. Determine o valor dos números.

5) (Unifor–CE) José ganhou um prêmio no valor de R$ 5.000,00 e dividiu-o entre seus três filhos da seguinte forma: Pedro recebeu R$300,00 a menos que João, que, por sua vez, recebeu R$ 100,00 a mais que Antônio. Determine a quantia recebida por Pedro.

6) (UFMG) A soma entre dois números é 125. Um deles é igual a 2/3 do outro. A diferença entre o maior e o menor, nesta ordem, é:
a) 25 b) 42 c) 45 d) 60 e) 75

7) (FGV /2014) Uma fábrica de panelas opera com um custo fixo mensal de R$ 9 800,00 e um custo variável por panela de R$ 45,00. Cada panela é vendida por R$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita. A soma dos algarismos de x é:

a) 5 b) 4 c) 6 d) 3 e) 2

8) (Colégio Pedro II – 2014) De uma caixa contendo B bolas brancas e P bolas pretas, retiraram-se 15 bolas brancas, permanecendo entre as bolas restantes a relação de 1 branca para 2 pretas. Em seguida, retiraram-se 10 pretas, restando, na caixa, um número de bolas na razão de 4 brancas para 3 pretas. Um sistema de equações que permite determinar os valores de B e P pode ser representado por:

a) $\begin{cases} 2B - P = 30 \\ 3B - 4P = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} B + P = 30 \\ B - P = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2B + P = -30 \\ -3B - 4P = -5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2B + P = 30 \\ 3B - 4P = 5 \end{cases}$

9) (Enem/PPL – 2015) Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo.

Um participante deu 80 tiros, e, ao final, recebeu R$ 100,00. Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo?

a) 30 b) 36 c) 50 d) 60 e) 64

10) A soma das idades de Joaquim e Lúcio é 60 anos. Sabendo que a idade de Joaquim é o triplo da idade de Lúcio, qual é a idade de cada um deles?

a) 15 e 45 anos b) 30 e 30 anos c) 20 e 40 anos d) 5 e 55 anos e) 10 e 50 anos

11) João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

a) 40 vacas b) 50 vacas c) 10 vacas d) 30 vacas e) 20 vacas

12) Uma fábrica produz 240 peças de metal, algumas delas medindo 30 e outras medindo 40 centímetros. Sabendo que o comprimento total das peças produzidas é igual a 7600 centímetros, quantas peças de 30 centímetros foram produzidas?

a) 100 b) 150 c) 200 d) 250 e) 300

13) Resolva os sistemas abaixo:

$a)\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

$b)\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x + y = -1 \end{cases}$

$c)\begin{cases} x = 3y \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$

$d)\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

$e)\begin{cases} x = -5y \\ 4x - y = -21 \end{cases}$

8.3. Resolução de Exercícios Encontro 4

1) (Enem-2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

a) R$ 14,00. b) R$ 17,00. c) R$ 22,00. d) R$ 32,00. e) R$ 57,00.

De acordo com o enunciado da questão, 50 pessoas já havia pagado sua parte da despesa total, por isso não consideraremos o valor total para elas, apenas o valor de R$ 7,00 adicional, que deverá ser multiplicado por 50 pessoas. Além desse pessoal, outros cinco juntaram-se ao grupo e precisam pagar sua parte, um valor que não conhecemos e, portanto, podemos identificar como x.

Somando-se o valor que essas pessoas pagarão ao valor acrescentado ao restante do grupo, teremos um recolhimento de R$ 510,00. Podemos então montar uma equação do 1° grau:

350+5x=510

5x=510-350

5x=160

x=32

Portanto, cada um pagou o valor total de R$ 32,00. Logo, a alternativa correta é a letra d.

2) O dobro de um número adicionado com 5 é igual a 155. Determine esse número.

Como desconhecemos o número, vamos chamá-lo de n. Sabemos que o dobro de qualquer número é duas vezes ele mesmo, logo o dobro de n é 2n.

$$2n + 5 = 155$$

$$2n = 155 - 5$$

$$2n = 150$$

$$n = \frac{150}{2}$$

$$n = 75$$

3) Roberta é quatro anos mais velha que Bárbara. A soma das idades das duas é 44. Determine a idade de Roberta e Bárbara.

Como não sabemos a idade de Roberta e Bárbara, vamos nomeá-las como r e b respectivamente. Como Roberta é quatro anos mais velha que Bárbara, temos que:

r=b+4

Sabemos também que a soma das idades das duas é de 44 anos, logo:

r+b=44

Substituindo o valor de r na equação acima, temos:

r+b=44

b+4+b=44

2b=40

b=20

Bárbara tem 20 anos. Como Roberta é 4 anos mais velha, então ela tem 24 anos.

4) A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 72. Determine o valor dos números.

1º número: x

2º número: x + 1

3º número: x + 1 + 1

$$x + (x + 1) + (x + 1 + 1) = 72$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 72$$

$$3x = 72 - 1 - 2$$

$$3x = 69$$

$$x = 23$$

Os números procurados são: 1º número: 23 2º número: 24 3º número: 25

5) (Unifor–CE) José ganhou um prêmio no valor de R$ 5.000,00 e dividiu-o entre seus três filhos da seguinte forma: Pedro recebeu R$300,00 a menos que João, que, por sua vez, recebeu R$ 100,00 a mais que Antônio. Determine a quantia recebida por Pedro.

Antônio:x

João: $x + 100$

Pedro: $(x + 100) - 300 \rightarrow x + 100 - 300 \rightarrow x - 200$

$$\mathrm{x} + (\mathrm{x} + 100) + (\mathrm{x} - 200) = 5000$$

$$\mathrm{x} + \mathrm{x} + 100 + \mathrm{x} - 200 = 5000$$

$$3\mathrm{x} - 100 = 5000$$

$$3x = 5100$$

$$x = 1700.$$

Antônio recebeu 1700,00 Pedro 1500,00 e João 1800,00.

6) (UFMG) A soma entre dois números é 125. Um deles é igual a 2/3 do outro. A diferença entre o maior e o menor, nesta ordem, é:

a) 25 b) 42 c) 45 d) 60 e) 75

Sabemos que o lucro L tem que ser a diferença entre a receita (R) e o custo (C).

L (x) = R(x) – C (x)

sabemos que a receita é igual a:

R(x) = 65x

Como o lucro deve ser 20% da receita, então ele é calculado por:

L (x) = 0,2 · 65x

L(x) = 13x

O custo é dado por:

C(x) = 9 800 + 45x

Logo: $L(x) = R(x) - C(x)$

$$13x = 65x - (9800 + 45x)$$

$$13x = 65x - 9800 - 45x$$

$$13x - 65x + 45x = -9800$$

$$-7x = -9800$$

$$x = (-9800) : (-7)$$

x = 1400

A soma dos algarismos de x é 1 + 4 + 0 + 0 = 5.

7) (FGV /2014) Uma fábrica de panelas opera com um custo fixo mensal de R$ 9 800,00 e um custo variável por panela de R$ 45,00. Cada panela é vendida por R$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita. A soma dos algarismos de x é:

a) 5 b) 4 c) 6 d) 3 e) 2

8) (Colégio Pedro II – 2014) De uma caixa contendo B bolas brancas e P bolas pretas, retiraram-se 15 bolas brancas, permanecendo entre as bolas restantes a relação de 1 branca para 2 pretas. Em seguida, retiraram-se 10 pretas, restando, na caixa, um número de bolas na razão de 4 brancas para 3 pretas. Um sistema de equações que permite determinar os valores de B e P pode ser representado por:

$a) \begin{cases} 2B - P = 30 \\ 3B - 4P = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} B + P = 30 \\ B - P = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2B + P = -30 \\ -3B - 4P = -5 \end{cases}$

$d) \begin{cases} 2B + P = 30 \\ 3B - 4P = 5 \end{cases}$

Considerando a primeira situação indicada no problema, temos a seguinte proporção:

$\frac{B-15}{P} = \frac{1}{2}$ Multiplicando "em cruz" essa proporção, temos:

2 (B - 15) = P
2B - 30 = P
2B - P = 30

Vamos fazer o mesmo para a situação seguinte:

$\frac{B-15}{P-10} = \frac{4}{3}$ 3 (B - 15) = 4 (P - 10)
3B - 45 = 4P - 40
3B - 4P = 45 - 40
3B - 4P = 5

Juntando essas equações em um sistema, encontramos a resposta do problema.

Alternativa: a) $\begin{cases} 2B - P = 30 \\ 3B - 4P = 5 \end{cases}$

9) (Enem/PPL – 2015) Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros, e, ao final, recebeu R$ 100,00. Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo? a) 30 b) 36 c) 50 d) 60 e) 64

Sendo x o número de tiros que acertou o alvo e y o número de tiros errados, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 20x - 10y = 100 \\ x + y = 80 \end{cases}$$

Podemos resolver esse sistema pelo método da adição, iremos multiplicar todos os termos da segunda equação por 10 e somar as duas equações:

$$+\begin{cases} 20x - 10y = 100 \\ 10x + 10y = 800 \end{cases}$$

$$30x = 900$$

$$x = \frac{900}{30}$$

$$x = 30$$

Portanto, o participante acertou 30 vezes o alvo.

10) A soma das idades de Joaquim e Lúcio é 60 anos. Sabendo que a idade de Joaquim é o triplo da idade de Lúcio, qual é a idade de cada um deles?

a) 15 e 45 anos b) 30 e 30 anos c) 20 e 40 anos d) 5 e 55 anos e) 10 e 50 anos

Representando a idade de Lúcio por L e a de Joaquim por J, podemos construir as seguintes equações:

$$J + L = 60 \; e \; J = 3L$$

Com essas duas equações, é possível montar o sistema a seguir, que será resolvido pelo método da comparação:

$$\begin{cases} J + L = 60 \\ J = 3L \end{cases}$$

$$J + L = 60$$

$$(3L) + L = 60$$

$4L = 60$

$L = 15$

Sabendo que a idade de Lúcio é 15 anos e que a idade de Joaquim é o triplo da idade de Lúcio, teremos:

$J = 3L$

$J = 3 \bullet 15$

$J = 45\ anos$

11) João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

a) 40 vacas b) 50 vacas c) 10 vacas d) 30 vacas e) 20 vacas

Sejam as galinhas representadas pela letra G e as vacas pela letra V, podemos montar as duas equações a seguir:

$G + V = 60$

$2G + 4V = 220$

Com essas equações, é possível montar o seguinte sistema, que será resolvido usando o método da substituição.

$$\begin{cases} G + V = 60 \\ 2G + 4V = 220 \end{cases}$$

Observe o valor algébrico de G, na primeira equação:

$G + V = 60$

$G = 60 - V$

Substitua esse valor na segunda:

$2G + 4V = 220$

$2(60 - V) + 4V = 220$

$120 – 2V + 4V = 220$

$2V = 220 – 120$

$2V = 100$

$V = 50.$

Como queríamos o número de vacas, a solução do exercício é a letra B.

12) Uma fábrica produz 240 peças de metal, algumas delas medindo 30 e outras medindo 40 centímetros. Sabendo que o comprimento total das peças produzidas é igual a 7600 centímetros, quantas peças de 30 centímetros foram produzidas?

a) 100 b) 150 c) 200 d) 250 e) 300

Seja x o número de peças de 30 cm e y o número de peças de 40 cm, as equações que podem ser extraídas do problema são:

$x + y = 240$

$30x + 40y = 7600$

Com essas equações, é possível montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 210 \\ 30x + 40y = 7600 \end{cases}$$

Primeiramente, encontraremos o valor algébrico da incógnita y, na primeira equação:

$x + y = 240$

$y = 240 – x$

Em seguida, substituiremos o valor encontrado na segunda equação:

$30x + 40y = 7600$

$30x + 40(240 – x) = 7600$

$30x + 9600 – 40x = 7600$

$30x – 40x = 7600 – 9600$

$– 10x = – 2000 (– 1)$

$10x = 2000$

$x = 200$

Como o exercício pede o número de peças de 30 cm, a solução é a alternativa C.

13) Resolva os sistemas abaixo:

$a)\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

$b)\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x + y = -1 \end{cases}$

$c)\begin{cases} x = 3y \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$

$d)\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

$e)\begin{cases} x = -5y \\ 4x - y = -21 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$x - 3y = 9$ (primeira equação isolando o x)

$x = 9 + 3y$

$2x + 3y = 6$

$2(9 + 3y) + 3y = 6$

$18 + 6y + 3y = 6$

$9y = 6 - 18$

$9y = -12$

$y = -\frac{4}{3}$

$x = 9 + 3y$ (Substituindo na primeira equação o valor de y encontrado)

$x = 9 + 3.(-\frac{4}{3})$

$x = 9 - \frac{12}{3}$

$x = 5$

$S = (5, -\frac{4}{3})$

b) $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x + y = -1 \end{cases}$

$x + y = -1$ (Pegando a segunda equação e isolando y)

$y = -1 - x$

$2x + y = -3$

$2x + (-1 - x) = -3$ (Substituindo na primeira equação)

$2x - 1 - x = -3$

$2x - x = 3 + 1$

$x = -2$

$x + y = -1$ $(Pegando\ a\ segunda\ equação\ e\ substituindo\ o\ valor\ encontrado\ em\ x)$

$-2 + y = -1$

$y = -1 + 2$

$y = 1$

$s = (-2{,}1)$

c) $\begin{cases} x = 3y \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$

$x = 3y$ (Pegando a primeira equação, substituição na segunda equação)

$2x - 4y = 6$

$2.3y - 4y = 6$

$2y = 6$

$y = 6$

$x = 3y$ (Substituindo 3 na primeira equação)

$x = 3.3$

$x = 9$

$s = (9{,}3)$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

$2y = 5 - 3x$

$y = \frac{5 - 3x}{2}$

$5x - 3y = 2$

$\frac{10x}{2}\ \frac{15+9x}{2}\ \frac{4}{2}$

$10x - 15 + 9x = 4$

$19x = 4 + 15$

$19x = 19$

$x = 1$

$5x - 3y = 2$

$5.1 - 3y = 2$

$-3y = 2 - 5$

$-3y = -3$

$3y = 3$

$y = 1$

$s = (1,1)$

e) $\begin{cases} x = -5y \\ 4x - y = -21 \end{cases}$

$4x - y = -21$

$-20y - y = -21$

$-21y = 21$

$y = 1$

$x = -5y$

$\cancel{x = -5.1}$

$x = 5$

Resolução do desafio.

Seja x o número de pessoas no começo da viagem. Após a primeira parada, a quantidade de pessoas era x − 2 + 4 = x + 2; após a segunda parada, a quantidade de pessoas era 2(x + 2 − 6) = 2(x − 4); após a terceira, a quantidade era 2(x − 4) − 1. Temos então:

$2(x - 4) - 1 = 53$

$2x - 8 - 1 = 53$

$2x - 9 = 53$

$2x = 53 - 9$

$x = \frac{62}{2}$

$x = 31$

Portanto no começo da viagem havia 31 pessoas no ônibus.

8.4. Relatório Encontro 4

4° Encontro PROMAT

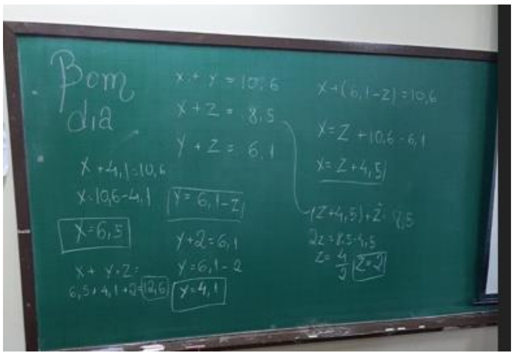
Na manhã do dia 26 de março de 2022, ocorreu o quarto encontro do Promat, estavam presentes 21 alunos. Iniciamos a aula com a apresentação de dois alunos que iniciaram sua participação no Promat, em seguida questionamos quais alunos não vieram no encontro anterior e entregamos a folha de atividades do encontro 3. Na sequência questionamos sobre as resoluções do desafio proposto na aula anterior, infelizmente não tivemos participação, entretanto com a correção da professora no quadro ficou mais claro o entendimento da questão.

Para introduzir o conteúdo de equações solicitamos aos alunos que resolvessem um problema da OBMEP 2018 – NÍVEL A, este problema tinha como finalidade envolver os alunos numa conversa com as professoras para introduzir o conceito de equação e relacionar o equilíbrio da balança com a igualdade. Notamos que os alunos compreenderam que quando operamos com um lado da igualdade, devemos realizar a mesma operação do outro lado para obter o equilíbrio.

Para finalizar esta conversa sobre equações com uma ou duas incógnitas e introduzir gráficos para trabalhar sistemas de equações, realizamos no quadro a tabela e o gráfico de duas equações com o sinal de **a** diferentes, os alunos perceberam que o gráfico e a tabela eram diferentes, isso por conta do sinal de a. Notamos que neste momento os alunos tiveram uma dificuldade em compreenderem que quando a é negativo a reta é decrescente, pois quanto mais aumentarmos o valor x menor fica o valor de y, e quando a é positivo temos uma reta crescente, quanto mais aumentarmos x maior será o valor de y.

No segundo momento entregamos um problema que pedia o peso de três galinhas, sabendo o peso de duas a duas delas. Inicialmente os alunos encontraram dificuldades para resolver, mas no decorrer da discussão em grupo diversas soluções foram levantadas, entre elas temos por tentativa e erro, utilizando o método da adição e por transformação de matriz. As professoras esperavam que a maioria dos alunos resolvessem pelos métodos da adição e substituição, que é geralmente trabalhado nas escolas, mas apenas um grupo resolveu por estes métodos.

Figura 41 Resolução dos alunos

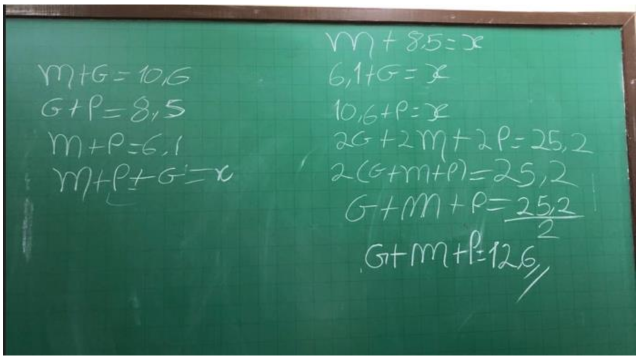


Fonte 19 Autores

Como tivemos diversas formas de pensar, acreditamos que seria interessante trazer os alunos no quadro para apresentarem seu pensamento. Veja abaixo outras resoluções:

Dois grupos resolverem somando as três equações, assim eles obtiveram dois grupos de três galinhas, portanto só restava dividir o peso total da soma por dois.

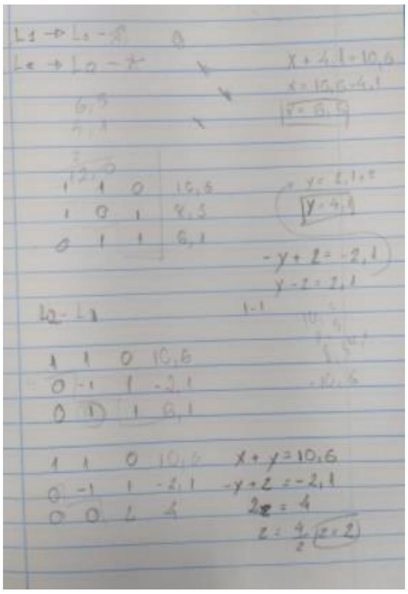
Figura 42 Resolução dos alunos



Fonte 20 Autores

Geralmente no Promat quando não atingimos o limite de alunos determinado no planejamento do projeto, disponibilizamos vagas para alunos do primeiro ano do curso de matemática, para auxiliá-los em compreender e relembrar certos conceitos. Em nossa turma temos dois alunos participando, e um deles nesta atividade mencionada acima, tentou realizar por matriz, mas como é um conteúdo que aprendemos no segundo ano curso, ele apresentou dificuldades nas transformações a serem realizadas. Após chamar a professora na carteira para tirar dúvida se daria certo resolver o problema por matriz e se ela poderia ajudá-lo, então a professora apresentou quais transformações podemos realizar com as matrizes, e após a explicação ele alcançou o resultado.

Figura 43 Resolução de aluno



Fonte 21 Autores

Após esta atividade as professoras apresentaram formalmente o conceito de sistemas de equações, assim como a resolução pelo método da substituição e o da adição. Em seguida utilizando o software GeoGebra apresentamos e analisamos quando um sistema possui uma única solução, múltiplas soluções e quando não possui nenhuma.

Ao liberar os alunos para o intervalo uma aluna pediu em particular que a professora explicasse de novo o método da adição e substituição, após a professora retirar as dúvidas que aluna possuía, recebeu o seguinte retorno "*Finalmente entendi prof...*".

No restante da aula os alunos realizaram em grupo a lista de exercício, mas encontraram bastante dificuldades, principalmente na parte de compreender o problema e o transcrever em linguagem matemática, este é um problema que notamos desde o primeiro encontro, os alunos apresentam mais dificuldades em interpretar o problema.

9. Encontro 5

9.1. Plano de Aula Encontro 5

PROMAT – 5º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 5º ENCONTRO – 02/04/2022

Conteúdo

Função Afim.

Objetivo geral

Compreender a função afim, seu gráfico e aplicar seu conhecimento nas questões do Enem e Vestibular.

Objetivos específicos

Ao se trabalhar com Função Afim objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a função afim através de situações problemas.
- Identificar suas variáveis e lei de formação.
- Construir e trabalhar com tabelas que representam função afim.
- Reconhecer e trabalhar com o gráfico de uma função afim.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, multimídia, atividades impressas, 5 provetas, água, 40 bolinhas de gude, folha quadriculada e régua

Encaminhamento metodológico:

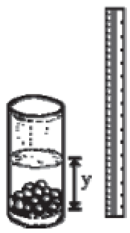
1. Iniciaremos a aula solicitando que um aluno venha ao quadro resolver o desafio deixado na aula anterior, ou que dê sugestões de como resolveu. Caso não haja participação o professor resolverá o desafio juntamente com os alunos. **(10min)**

2. Na sequência realizaremos uma atividade prática sobre função afim, a qual tem por objetivo introduzir a ideia de relação entre dois elementos, que neste caso será a quantidade de bolinhas e o nível da água do recipiente.

Esta atividade é baseada no seguinte problema do Enem (2009):

(ENEM - 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.

Figura 44 Imagem para o experimento



Fonte 22 ENEM 2009

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Figura 45 Imagem da tabela do experimento

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Fonte 23 ENEM 2009

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

A. y = 30x.
B. y = 25x + 20,2.
C. y = 1,27x.
D. y = 0,7x.
E. y = 0,07x + 6.

Para realizar este experimento precisaremos de uma proveta, água, 8 bolinhas de gude por grupo, folha quadriculada e régua.

Primeiramente dividiremos os alunos em 5 grupos, então informaremos que eles têm a missão de encontrar quantas bolinhas precisaremos para alcançar a borda da proveta, que no caso é 100ml. Ganha a missão o grupo que completar a atividade primeiro.

Na sequência pediremos que eles encham a proveta com água até 70ml para iniciar o experimento, em seguida construam a tabela abaixo na folha quadriculada entregue pelas professoras, e anotem o nível da água com 0 bolinhas de gude.

O procedimento será o seguinte: os alunos deverão adicionar uma bolinha na proveta e anotar o nível da água, realizando este processo até acabar as bolinhas de gude. Ao final da atividade deverão estabelecer uma relação entre a quantidade de bolinhas e o aumento no nível da água. Esperemos que os alunos construam a tabela abaixo. Na sequência, os alunos irão construir o gráfico com os dados da tabela construída por eles e irão analisar os dados. Com essa atividade desejamos que os alunos percebam que o gráfico construído é uma reta, característica da função afim.

Tabela 4 Dados do Experimento

Número de bolinhas de gude (x)	Nível da água em ml
0	70
1	72
2	74

3	76
4	78
5	80
6	82
7	84
8	86

Fonte 24 Autores

Nota: Relembrar os alunos que existe um erro no cálculo, a maioria das bolinhas irão alterar 2ml, entretanto algumas irão alterar 3ml.

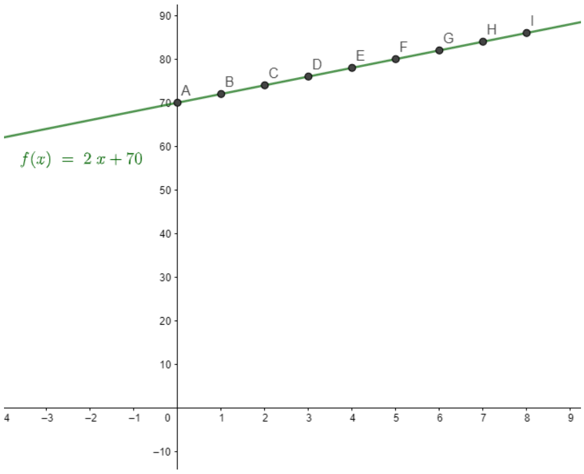
Perguntas para discussão em grupos:

1. O que acontece com o nível da água quando adicionamos 1 bolinha?
   O nível da água altera 2ml, cada vez que adicionamos um bolinhas, entretanto uma ou duas bolinhas alterarão 3 ml.
2. Quantas bolinhas devem ser colocadas para a água atingir a borda da proveta?
   Desconsiderando o erro, precisaremos de 15 bolinhas.
3. Dê a função que representa a relação entre e a quantidade de bolinhas e o aumento no nível da água?

$$f(x) = 2x + 70$$

4. Construa o gráfico da tabela da quantidade de bolinhas o nível da água. Analise o gráfico.

Figura 46 Gráfico do Experimento



Fonte 25 GeoGebra

Finalizaremos esta atividade ressaltando que em diversas situações na matemática precisamos estabelecer relações entre duas grandezas envolvidas num problema, as funções polinomiais do 1° grau correspondem a relações entre a variável dependente e a variável independente expressas por um polinômio de 1° grau.

Neste momento entregaremos para os alunos a folha de atividades (*Anexo 1*) que contém a definição de função afim, seus casos particulares e mais alguns conceitos a serem trabalhados no decorrer da aula. **(45 min)**

3. Estudo dos casos particulares da função afim e seus gráficos.

- Se b ≠ 0 e a ≠ 0, temos f(x) = ax + b -à Função de 1° grau
- Se b = 0, temos f(x) = ax à Função linear
- Se b = 0 e a = 1, temos f(x) = x à Função Identidade
- Se a = 0, temos f(x) = b à Função Constante

Apresentaremos os casos acima através da análise dos gráficos da atividade 2.

ATIVIDADE 2: Construa a tabela e o gráfico de cada função abaixo.

Dica: Escolha 2 pontos para analisar o gráfico, tome x ϵ [-4 , 4]

Tabela 5 Dados para os gráficos

X	$f(x)$

Fonte 26 Autores

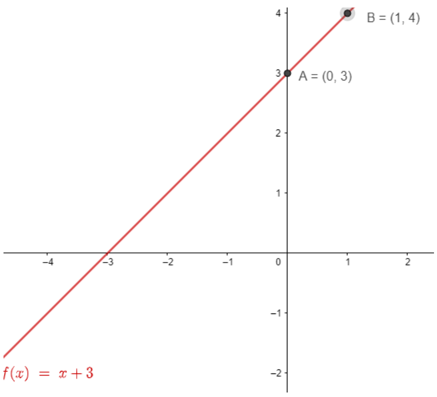
Comentar com os alunos que com dois pontos construímos uma única reta.

a) $f(x) = x + 3$ b) $f(x) = -x - 1$ c) $f(x) = 2x$ d) $f(x) = -3x$

Gráficos das questões acima:

a)

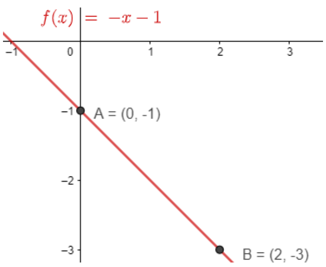
Figura 47 Gráfico função a



Fonte 27 GeoGebra

b)

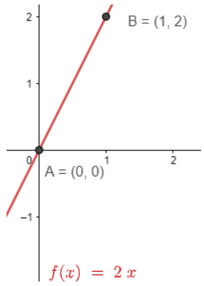
Figura 48 Gráfico função b



Fonte 28 GeoGebra

c)

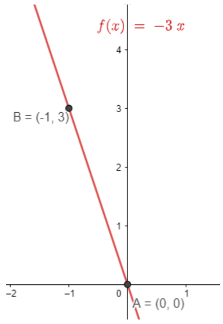
Figura 49 Gráfico função c



Fonte 29 GeoGebra

d)

Figura 50 Gráfico função d



Fonte 30 GeoGebra

4. Analisando o gráfico das funções levaremos os alunos a identificarem o que interfere na função ser crescente ou decrescente, esperamos que eles identifiquem o coeficiente angular como parâmetro que interfere.

- Quando a é positivo (a > 0), a função afim é crescente.
- Quando a é negativo (a < 0), a função afim é decrescente.
- Quando a é nulo (a = 0), a função afim é constante.

5. Após a explicação de função crescente e decrescente, iremos comentar sobre o zero da função, que é quando igualamos f(x) = 0.

No caso da função afim termos f(x) = ax + b, portanto o zero da função será ax + b = 0, isolando x, temos que x = $-\frac{b}{a}$.

Identificar com os alunos o zero da função no gráfico.

6. Em seguida questionar os alunos sobre como iriamos encontrar a lei de formação com apenas dois pontos da função. Através desse questionamento esperemos introduzir a forma de encontrar a lei de formação.

Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus valores $f(x1)$ e $f(x2)$para quaisquer x1 e x2 reais, com x1 ≠ x2. Por exemplo:

Se $f(2) = -2$, então para x = 2 tem -se $f(x)$ =-2, ou seja -2 = 2a + b;

Se $f(1) = 1$ então para x = 1 tem -se $f(x)$ =1, ou seja 1 = a + b;

Determinamos os valores de a e b resolvendo os sistemas de equações:

2a + b = - 2 à 2a + b = - 2 à - b = - 4

a + b = 1 - 2a - 2b = - 2

Portanto b = 4, e como a + b = 1, então:

a + 4 = 1

a = - 3

Logo a função afim $f(x) = ax + b$,tal que $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$ é dada por $f(x) = -3x + 4$.

7. Em seguida iremos solicitar aos alunos que façam a lista de exercícios (Anexo 1) e discutam suas soluções em grupo, as professoras neste momento exerceram o papel de mediados, ou seja auxiliando quando necessário.

8. Finalizaremos a aula corrigindo no quadro alguns dos problemas da lista de exercícios, e por último comentaremos com os alunos sobre as mudanças para o próximo encontro que será online.

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Se houver alguma dúvida sobre o que foi abordado, será retomado na próxima aula.

9.2. Material Entregue Encontro 5

PROMAT
5° ENCONTRO – 02/04/2022
Função Afim

Função Afim

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f:ℝ→ℝ dada pela lei de formação **f(x) = ax + b**, com a ≠ 0 e, a e b ∈ ℝ.

O valor de ***a*** é identificado como taxa de variação (crescimento/decrescimento) ou de coeficiente angular porque determina a inclinação da reta em relação ao eixo da abscissa (x) no plano cartesiano.

Já o termo ***b***, que é constante ou a condição inicial, é identificado como coeficiente linear da função porque define o ponto onde a reta corta o eixo y do gráfico quando x = 0.

Note que **x** é o termo independente, e **y** é o termo dependente, geralmente falamos que y está em função de x. Exemplos:

$f(x) = 5x - 4$ $\qquad$ $f(x) = -4x - 2$

Casos particulares da função afim

Se b ≠ 0 e a ≠ 0, temos f(x) = ax + b -→ Função de 1° grau

Se b = 0, temos f(x) = ax → Função linear

Se b = 0 e a = 1, temos f(x) = x → Função Identidade

Se a = 0, temos f(x) = b → Função Constante

Função crescente e função decrescente

- Quando a é positivo (a > 0), a função afim é crescente.

Chamamos de função crescente quando aumentamos o valor de x, os valores das imagens (y) correspondentes também aumentam.

Exemplo: $f(x) = 2x - 1$

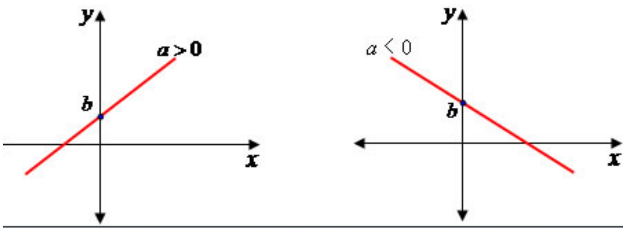
- Quando a é negativo (a < 0), a função afim é decrescente.

A função é decrescente quando aumentamos o valor de x os valores das imagens correspondes também diminuem.

Exemplo: $f(x) = -x - 3$

- Quando a é nulo (a = 0), a função afim é constante.

Figura 51 Sinal da Função

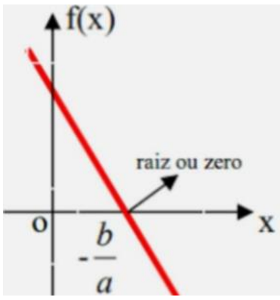


Raiz ou zero da função

O valor de **x** para qual a função afim $f(x) = ax + b$ se anula, ou seja, para o qual $f(x) = 0$, denomina-se raiz (ou zero) da função afim.

Para calcularmos o zero resolvemos a seguinte equação $ax + b = 0$, com isso obtemos $x = \frac{-b}{a}$.

Figura 52 Zero da função



Determinação da função afim conhecendo dois pontos

Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus valores $f(x1)$ e $f(x2)$ para quaisquer x1 e x2 reais, com x1 ≠ x2. Por exemplo:

Se $f(2) = -2$, então para x = 2 tem -se $f(x) = -2$, ou seja -2 = 2a + b;

Se $f(1) = 1$, então para x = 1 tem -se $f(x) = 1$, ou seja 1 = a + b;

Determinamos os valores de a e b resolvendo os sistemas de equações:

$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ a + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = -2 \\ -2a - 2b = -2 \end{cases} \rightarrow -b = -4$$

Portanto b = 4, e como a + b = 1, então:

a + 4 = 1

a = - 3

Logo a função afim $f(x) = ax + b$ tal que $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$ é dada por $f(x) = -3x + 4$.

Exercícios de função

1. Em um retângulo, o comprimento é 5cm. Nessas condições:

a) Calcule o perímetro do retângulo quando a largura for 1cm; 1,5cm; 2cm; 3cm e 4cm;

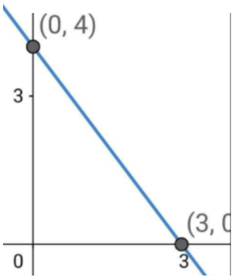
b) Construa uma tabela associando cada largura ao perímetro do retângulo;

c) Se x representa a largura, qual a lei da função que expressa o perímetro nesse retângulo?

2. Seja a função afim $f(x) = ax - 4$. Se $f(-2) = 10$, então $f(-1)$ é igual a:

a) -11 b) -7 c) 2 d) 3 e) 4

Figura 53 Imagem exercício 3



3. A função que tem o gráfico ao lado é definida por:

$a)\ f(x) = \frac{-4x}{3} + 4$

b) $f(x) = \frac{-3x}{4} + 4$

c) $f(x) = 4x$

d) $f(x) = \frac{4x}{3} - 4$

4. Sejam a e b dois números reais com a ≠ b. Se $f(x) = (b - a)x + a$, então:

a) $f(0) = b$

b) $f(2) = 2b - a$

c) $f(1) = a$

d) $f(2) = 2a - b$

e) $f(1) = b - 2a$

5. (ENEM-2010) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é:

a) $f(x) = 3x$

b) $f(x) = 24$

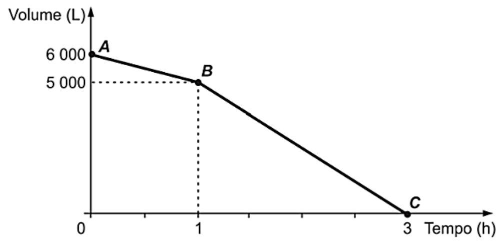
c) $f(x) = 27$

d) $f(x) = 3x + 24$

e) $f(x) = 24x + 3$

6. (ENEM-2016) Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.

Figura 54 Imagem exercício 6



Fonte 31 ENEM 2016

Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a)1.000 b)1250 c)1500 d)2000

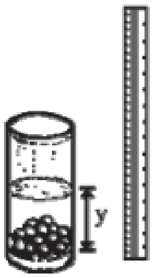
e)2500

7. (ENEM-2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações: $Q_O = -20 + 4P$, $Q_D = 46 - 2P$ em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto. A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

a) 5 b) 11 c) 13 d) 23 e) 33

8.(ENEM - 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.

Figura 55 Imagem exercício 8



Fonte 32 ENEM 2009

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Figura 56 Imagem tabela exercício 8

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Fonte 33 ENEM 2009

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

a) y = 30x b) y = 25x + 20,2 c) y = 1,27x

d) y = 0,7x e) y = 0,07x + 6

9. (ENEM - 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação

do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

Alternativas

a) L(x) = 50x – 1 200 b) L(x) = 50x – 12 00 c) L(x) = 50x + 12 000

d) L(x) = 500x – 1 200 e) L(x) = 1 200x – 500

10. (Enem Digital 2020) Uma microempresa especializou-se em produzir um tipo de chaveiro personalizado para brindes. O custo de produção de cada unidade é de R$ 0,42 e são comercializados em pacotes com 400 chaveiros, que são vendidos por R$ 280,00. Além disso, essa empresa tem um custo mensal fixo de R$ 12.800,00 que não depende do número de chaveiros produzidos.

Qual é o número mínimo de pacotes de chaveiros que devem ser vendidos mensalmente para que essa microempresa não tenha prejuízo no mês?

a) 26 b) 46 c) 109 d) 114

e) 115

9.3. Resolução de Exercícios Encontro 5

1. Em um retângulo, o comprimento é 5cm. Nessas condições:

a) Calcule o perímetro do retângulo quando a largura for 1cm; 1,5cm; 2cm; 3cm e 4cm;

b) Construa uma tabela associando cada largura ao perímetro do retângulo;

c) Se x representa a largura, qual a lei da função que expressa o perímetro nesse retângulo?

Resoluções dos exercícios

a) Para 1 cm o perímetro será de: 1 + 1 + 5 + 5 = 12 cm

Para 1,5 cm o perímetro será de: 1,5 + 1,5 + 5 + 5 = 13 cm

Para 2 cm o perímetro será de: 2 + 2 + 5 + 5 = 14 cm

Para 3 cm o perímetro será de: 3 + 3 + 5 + 5 = 16 cm

Para 4 cm o perímetro será de: 4 + 4 + 5 + 5 = 18 cm

b)

Largura	1	1,5	2	3	4
Perímetro	12	13	14	16	18

c) Observe que o perímetro de um retângulo é calculado da seguinte maneira: 2 x Comprimento + 2 x Largura, assim temos que a lei de formação para o perímetro em função da largura é P(x) = 2x + 10

2. Seja a função afim $f(x) = ax - 4$. Se $f(-2) = 10$, então $f(-1)$ é igual a:

b) -11 b) -7 c) 2 d) 3 e) 4

$f(-2) = 10$ e $f(-2) = a(-2) - 4$, portanto temos que $a(-2) - 4 = 10$

$$-2a - 4 = 10$$

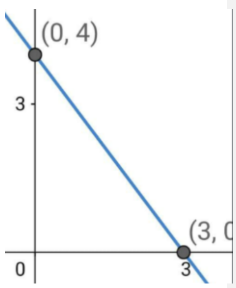
$$-2a = 14$$

$$a = \frac{14}{-2} = -7$$

Portanto $f(x) = -7x - 4$, assim $f(-1) = -7(-1) - 4 = 3$

3. A função que tem o gráfico ao lado é definida por:

Figura 57 Imagem exercício 3



$a)\ f(x) = \frac{-4x}{3} + 4$

b) $f(x) = \frac{-3x}{4} + 4$

c) $f(x) = 4x$

d) $f(x) = \frac{4x}{3} - 4$

Analisando o gráfico e relembrando o que foi estudado anteriormente vemos que quando x = 0, $f(0) = a.(0) + b = 4$, portanto f(0) = b e b = 4.

No ponto (3,0), temos que quando $f(3) = 0$, e $f(3) = a.(3) + 4$ =0, assim para encontrar a precisamos resolver a seguinte equação $3a + 4 = 0$.

$$3a = -4$$

$$a = \frac{-4}{3}$$

Assim $f(x) = \frac{-4}{3}x + 4$

4. Sejam a e b dois números reais com a ≠ b. Se $f(x) = (b - a)x + a$, então:

a) $f(0) = b$

b) $f(2) = 2b - a$

c) $f(1) = a$

d) $f(2) = 2a - b$

e) $f(1) = b - 2a$

Esta questão pode ser resolvida testando o que ocorre quando x é 0, 2 e

$f(0) = (b - a).0 + a = a$

$f(2) = (b - a)2 + a = 2b - 2a + a = 2b - a$ Certa

$f(1) = (b - a)1 + a = b - a + a = b$

5. (ENEM-2010) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é:

a) $f(x) = 3x$

b) $f(x) = 24$

c) $f(x) = 27$

d) $f(x) = 3x + 24$

e) $f(x) = 24x + 3$

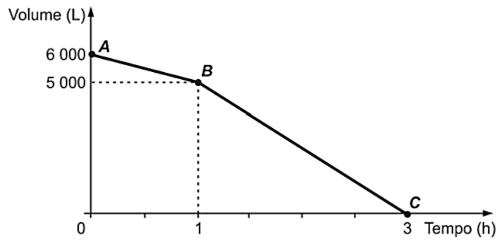
Anuidade: 24 dólares

Extra: 3 dólar por hora extra

Assim $f(x) = Anuidade + 3\ .hora\ extra = 24 + 3.x$

6. (ENEM-2016) Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.

Figura 58 Imagem exercício 6



Fonte 34 ENEM 2016

Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a)1.000 b)1250 c)1500 d)2000

e)2500

Primeiro encontraremos a vazão da primeira bomba. Analisando o gráfico, no primeiro caso, houve uma vazão de 1000 L em uma hora, logo a vazão é de 1000L/h. Quando a segunda bomba é ligada, podemos observar que, em 2 horas, foram retirados 5000L do reservatório, então a vazão foi de 5000 : 2 = 2500 L/ h., ou seja as duas bombas juntos esvaziaram 2500 L/h. Assim para descobrir a vazão da segunda bomba devemos retirar a vazão da primeira bomba, portanto temos que: 2500 – 1000 = 1500 L/h, essa foi a evasão da segunda bomba. Alternativa c)

7. (ENEM-2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as

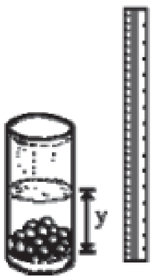
quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações: $Q_O = -20 + 4P$, $Q_D = 46 - 2P$ em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto. A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

a) 5 b) 11 c) 13 d) 23 e) 33

Conforme descrito na questão, o preço de equilíbrio é encontrado igualando-se as funções quantidade demandada (Q_D) e quantidade ofertada (Q_O). Assim, 46-2P=-20+4P. Consequentemente 6P=66. Logo P=11, sendo P o preço de equilíbrio. Alternativa b).

8.(ENEM - 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.

Figura 59 Imagem exercício 8



Fonte 35 ENEM 2009

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Figura 60 Imagem tabela exercício 8

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Fonte 36 ENEM 2009

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

a) y = 30x b) y = 25x + 20,2 c) y = 1,27x

d) y = 0,7x e) y = 0,07x + 6

O nível de água y em função do número de bolas x é dado por $y = ax + b$. Da tabela, podemos dizer que: para $x = 5, y = 6{,}35$, e para $x = 10, y = 6{,}70$. Com isso, obtemos o sistema de equação abaixo:

$$\begin{cases} 5a + b = 6{,}35 \\ 10a + b = 6{,}70 \end{cases}.$$

Resolvendo o sistema acima, obtemos $a = 0{,}07\ e\ b = 6$. Logo, $y = 0{,}07 + 6$

9. (ENEM - 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

Alternativas

a) L(x) = 50x – 1 200 b) L(x) = 50x – 12 00 c) L(x) = 50x + 12 000

d) L(x) = 500x – 1 200 e) L(x) = 1 200x – 500

Temos que o produtor gasta R$ 1 200,00 por hectare plantado, como plantou 10 hectares, ele terá um gasto de $1200 \cdot 10 = 12000$ reais. Como ele vende cada saca por R$ 50,00 cada, se ele vender x sacas então o dinheiro arrecadado será de $50 \cdot x$.

A função lucro é a diferença entre o dinheiro arrecadado com as vendas e o gasto produzido, com isso teremos o valor que ele lucrou com as vendas. Assim, a função que representa o lucro em função de x sacas colhidas será $L(x) = 50x - 12000$, alternativa b)

10. (Enem Digital 2020) Uma microempresa especializou-se em produzir um tipo de chaveiro personalizado para brindes. O custo de produção de cada unidade é de R$ 0,42 e são comercializados em pacotes com 400 chaveiros, que são vendidos por R$ 280,00. Além disso, essa empresa tem um custo mensal fixo de R$ 12.800,00 que não depende do número de chaveiros produzidos.

Qual é o número mínimo de pacotes de chaveiros que devem ser vendidos mensalmente para que essa microempresa não tenha prejuízo no mês?

a) 26 b) 46 c) 109 d) 114

e) 115

Uma forma de resolver esse problema é montar a função que representa o lucro da empresa. Temos que o custo de produção de cada unidade de chaveiro é de R$ 0,42. Como cada pacote tem 400 chaveiros, teremos uma despesa por pacote de $0{,}42 \cdot 400 = 168$ reais. Se for vendido x pacotes, então terá uma despesa de $168x$ reais. Além disso, a empresa vende cada pacote por R$ 280,00, logo se vender x pacotes terá um lucro de $280x$ reais. Sabemos ainda que ela tem um gasto fixo mensal de 12800 reais, sendo assim teremos que o lucro em função da quantidade de pacotes vendido será dada pela soma das despesas diminuída do lucro, ou seja, $L(x) = 280x - 168x - 12800 = 112x - 12800$. Como o problema quer o número mínimo de pacotes que precisa ser vendido para que a empresa não tenha despesas, basta calcularmos quando pacotes devem ser vendidos e o lucro seja zero, assim, o que venderem a mais já não terão prejuízo. Portanto teremos: $0 = 112x - 12800 \Rightarrow 12800 = 112x \Rightarrow \frac{12800}{112} = x \Rightarrow x = 114{,}28$. Observemos que ele precisa vender mais que 114 pacotes para não ter prejuízo, por isso deverá vender no mínimo 115 pacotes para isso. Logo alternativa d).

9.4. Relatório Encontro 5

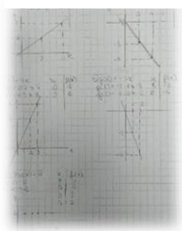
5º Encontro – PROMAT

Na manhã de sábado, dia 02 de abril de 2022, ocorreu o 5º encontro do Promat na Unioeste na sala A105. Estavam presentes 22 alunos. O conteúdo do dia era Função Afim. Iniciamos a aula com a correção do Desafio proposto anteriormente, com alguns questionamentos. Solicitamos a participação dos alunos neste momento, porém mesmo que alguns tenham resolvido o desafio não quiseram ir ao quadro.

Neste encontro optamos pela atividade prática e experimental, em que pedimos aos alunos, divididos em 5 grupos de 4 a 5 alunos, descobrissem quantas bolinhas seria necessário para alcançar os 100ml da proveta. Inicialmente os alunos apenas colocaram as bolinhas de gude na proveta, sem o cuidado de anotar em quantos ml cada proveta altera, entretanto eles não tinham bolinhas suficientes para alcançar o objetivo, assim eles teriam dois caminhos, criar uma tabela até a quantidade de bolinhas ou função que representasse o volume da água em função das bolinhas de gude. A maioria dos alunos criou a tabela.

Após este momento, entregamos folhas quadriculadas e pedimos para que fizessem as construções dos gráficos das funções dadas. Solicitamos um voluntário de cada grupo fosse ao quadro apresentar a construção do grupo.

Figura 62 Resolução de Alunos



Fonte 38 Autores

Figura 61 Alunos apresentando exercícios

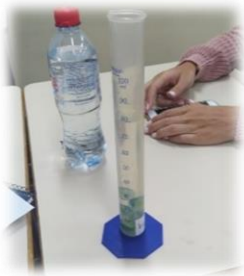
Fonte 37 Autores

Dando sequência nas explicações, corrigimos cada gráfico mostrando pontos e detalhes importantes de cada um. Analisamos novamente com os alunos quando a função é decrescente ou crescente observando a lei de formação. Concluímos este momento abordando o zero de uma função afim, e como podemos identificá-lo no gráfico.

Chegamos ao intervalo 20 min.

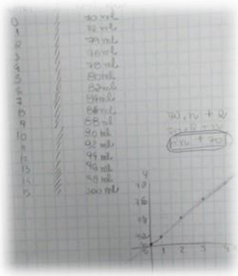
Após o retorno a sala, passamos a última explicação, sobre como encontrar a lei de formação a partir de dois pontos. Assim deixamos o restante da aula para a resolução dos exercícios da lista de atividades, notamos que os alunos conseguiram realizar a maioria das atividades, com algumas mediações das professoras.

Figura 63 Experimento



Fonte 39 Autores

Figura 64 Anotações de Alunos



Fonte 40 Autores

Houve duas alunas que não quiseram juntar-se em grupos. Após os grupos terminarem o experimento pedimos para que fizessem sozinhas, entregando as provetas para elas. Uma delas continuou se recusando a executar a atividade.

Em seguida solicitamos que os alunos construíssem um gráfico que relacionava a quantidade de bolinhas e o nível da água. Analisamos com os alunos o gráfico e a partir de uma conversa, chegamos à conclusão de que a função e seu gráfico são características de uma função afim. Aproveitamos este momento para explicar o que é domínio de uma função e imagem, e por que colocamos a quantidade de bolinhas no eixo x e o nível da água no eixo y.

Acreditamos que experimento, apesar de algumas dificuldades inicialmente, foi bem-sucedido. Com o nosso auxílio os alunos conseguiram concluir a atividade.

Introduzimos então a notação de função afim, e definimos os casos particulares da função afim, em seguida visualizamos alguns exemplos de funções afim no Software GeoGebra.

10. Encontro 6

10.1. Plano de Aula Encontro 6

PROMAT – 6º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 6º ENCONTRO – 09/04/2022

Conteúdo: Revisão dos encontros trabalhados até o momento

Objetivo geral: A partir de uma pesquisa trabalhar com os alunos os conteúdos que foram abordados até o momento que os alunos sentem mais dificuldades.

Objetivos específicos

Ao se realizar uma revisão, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender conceitos que ainda geram dúvidas;
- Resolver problemas de Vestibular e Enem;
- Relembrar conceitos já trabalhados

Tempo de execução

Uma aula de 30 minutos.

Recursos didáticos

Encaminhamento metodológico:

1. Como o encontro será remoto, não teremos um contato direto com o aluno e suas dúvidas, dessa forma ao planejar a aula optamos por realizar uma pesquisa através do Google Forms, com o propósito de conhecer as dificuldades que os alunos encontraram até o momento. Assim, planejaremos a aula de acordo com a nescessidade do aluno de acordo com a necessidade do aluno.

Foi enviado aos alunos um formulário, através do link https://forms.gle/1bKAkidD7Um6Yunm8, no qual solicitamos que eles respondam até quarta à noite. O formulário irá questionar qual dos conteúdos os alunos apresentam maior dificuldade, e desses conteúdos qual questão gostariam que as professoras resolvessem na aula, assim dividiremos o tempo da aula nas resoluções dos exercícios mais citados, e durante a resolução relembraremos o conteúdo correspondente.

A pesquisa obteve 10 respostas, onde podemos observar que quatro conteúdos mais se destacaram, são eles Equação do 1° grau, Potenciação e Radiciação, e Frações.

O Google forms disponibiliza gráficos das respostas dos alunos. Veja abaixo a Figura 1 e 2, das duas perguntas dos conteúdos que os alunos sentem maiores dificuldades.

Figura 65 Respostas dos alunos para a primeira pergunta

Fonte 41 Google Forms

Figura 66 Respostas dos alunos para a primeira pergunta

Fonte 42 Google Forms

A seguir apresentamos a tabela que relaciona os conteúdos escolhidos pelos alunos e as questões que eles desejam que as professoras resolvam durante o encontro.

Tabela 6 Questões escolhidas para serem resolvidas

Conteúdo	Questões solicitadas
Fração	14
Razão e proporção	3
Radiciação e Potenciação	3, 5,
Polinômios, produtos notáveis e fatoração	1, 2
Equação do 1° grau	2, 10, 12, 13
Função Afim	3, 6

Fonte 43 Google Forms

Assim com esta pesquisa temos todos dados para planejar a aula de acordo com a necessidade do aluno.

2. Optamos por dividir o tempo da aula em três blocos, de acordo com a tabela a seguir:

Tabela 7 Divisão do tempo da aula

1° Momento	Fração, razão e proporção
2° Momento	Radiciação, potenciação, Polinômios, produtos notáveis e fatoração
3° Momento	Equação de 1° grau e função afim

Fonte 44 Autores

Em cada momento trabalharemos os conteúdos solicitados a partir das resoluções (Anexo 1) dos exercícios indicados pelos alunos.

3. Acreditamos ser de extrema importância receber um feedback do aluno, tanto sobre sua evolução, quanto de suas dificuldades. Portanto ao final da aula solicitaremos aos alunos que participem de um quiz, que avaliará seu rendimento na aula, como no Promat até o momento.

Para instigar a participação comentaremos durante a aula que os três primeiros colocados ganharão um brinde no próximo encontro presencial.

4. Finalizaremos a aula relembrando que no próximo sábado não teremos encontro, e que voltamos presencialmente no dia 22 de março.

Avaliação

A avaliação será feita através do jogo deixado no final do encontro, e por meio de discussão no WhatsApp, sobre a participação e dúvidas que os alunos encontraram.

10.2. Relatório Encontro 6

6° Encontro PROMAT

O sexto encontro do Promat, ocorreu no dia 9 de abril de 2022 de forma assíncrona. Neste dia enviamos para os alunos o vídeo da aula via WhatsApp. Neste encontro optamos por revisar todos os conteúdos trabalhados até o momento.

Ao planejar esta aula cuidamos em abordar os conteúdos que os alunos mais sentiam dificuldades, dessa forma no dia 05 de abril de 2022 enviamos para os alunos um formulário via plataforma google Forms, em que eles s votaram qual conteúdo gostaria que abordássemos neste sexto encontro. Com essa pesquisa planejamos a aula de revisão e elaboramos lâminas no PowerPoint para nos auxiliar na explicação e facilitar a visualização dos problemas abordados e suas soluções passo a passo.

Na sequência realizamos uma reunião online entre as professoras pela plataforma Jitsi, onde temos as ferramentas para compartilhar e gravar a reunião. Após algumas tentativas finalizamos a gravação da aula, com duração de 36 minutos. A aula gravada pela plataforma Jitsi fica salva no OneDrive, entretanto tivemos problemas em compartilhar o link, por isso baixamos a aula e a carregamos em uma pasta do Google Drive. Assim compartilhamos este arquivo com os alunos na manhã do nosso sexto encontro.

Uma preocupação era a maneira que iriamos avaliar a participação dos alunos e atestar a presença neste dia. Assim optamos por criar um quiz pela plataforma Wordwall, o qual tinha seis questões envolvendo os conteúdos abordados.

A aula foi mandada para os alunos as oito horas da manhã e o quis na metade da manhã. E Comuniquemos que estaríamos disponíveis para sanar possíveis dúvidas toda a manhã. Obtivemos 17 respostas dos alunos. Com esse quis podemos avaliar o rendimento do encontro assíncrono, que de modo geral todos foram bem.

11. Encontro 7

11.1. Plano de Aula Encontro 7

11.2. Material Entregue Encontro 7

Figura 67 Bhaskara

Fonte 45 Google

PROMAT
7° ENCONTRO – 16/04/2022
Equação e Função do 2° Grau

Forma Reduzida

Uma equação do 2° grau com uma incógnita é aquela que pode ser escrita em sua **forma reduzida,** $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$**,** com os **coeficientes da equação a, b e c** pertencentes aos números reais e $a \neq 0$. Veja o exemplo:

$$4x^2 - 3x + 10 = 0$$

Nesse caso, a incógnita é o x e os coeficientes são: **a=4, b=-3 e c=10**

Trinômios Quadrados Prefeitos

Podemos identificar a solução de uma equação do segundo grau quando ela é um trinômio quadrado perfeito, através de seus termos pela fatoração:

Quadrado da soma de dois termos: $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

Quadrado da diferença de dois termos: $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

Fórmula de Bhaskara

Usamos a fórmula de Bhaskara para calcular as raízes, a solução, de uma equação do 2° grau, quando ela não for um trinômio quadrado perfeito.

Aplicamos os coeficientes na fórmula e calculamos x_1 e x_2, os quais serão as raízes, solução da equação.

$$\boldsymbol{x}=\frac{-\boldsymbol{b}\pm\sqrt{\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{ac}}}{2\boldsymbol{a}}$$

Pode ser calculada separadamente, encontrando o discriminante antes:

$$\Delta=\boldsymbol{b}^2-4.\boldsymbol{a}.\boldsymbol{c} \qquad \boldsymbol{x}=\frac{-\boldsymbol{b}\pm\sqrt{\Delta}}{2\boldsymbol{a}}$$

Soma e Produto das raízes

Um método mais rápido para se calcular as raízes de uma equação é a soma e produto:

$$\mathbf{x_1+x_2=}\frac{-b}{a} \qquad \mathbf{x_1 \,.\, x_2=}\frac{c}{a}$$

Veja o exemplo:

$$\boldsymbol{x}^2-7\boldsymbol{x}+12=0$$

Devemos pensar em dois fatores que somados dão -7 e, multiplicados deem +12.

Neste caso serão -3 e -4, pois (-4)+(-3) = -7 e (-4).(-3)=+12

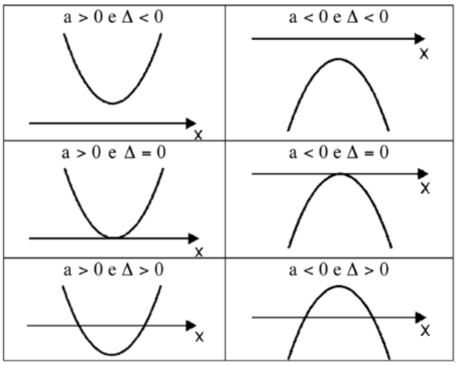
Raízes de uma equação do 2° grau

A raiz, ou solução, de uma equação é o valor que, ao ser atribuído à incógnita, torna a igualdade verdadeira.

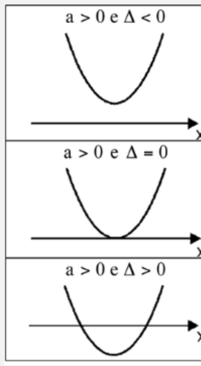
As equações do 2° grau podem ter até duas raízes reais distintas; há casos em que as duas raízes são reais e iguais, e casos em que não há nenhuma raiz real.

Para isso pode-se descobrir através do discriminante, sabendo que $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4.a.c}$

Figura 68 Análise do Discriminante



$\Delta >$ **0 -** Duas raízes reais distintas
$\Delta <$ **0 –** Não terá raízes reais
$\Delta =$ **0 –** Duas raízes reais e iguais



Função Polinomial do 2° Grau ou Função Quadrática

Toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com {a, b, c} $\subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 2° grau ou função quadrática.

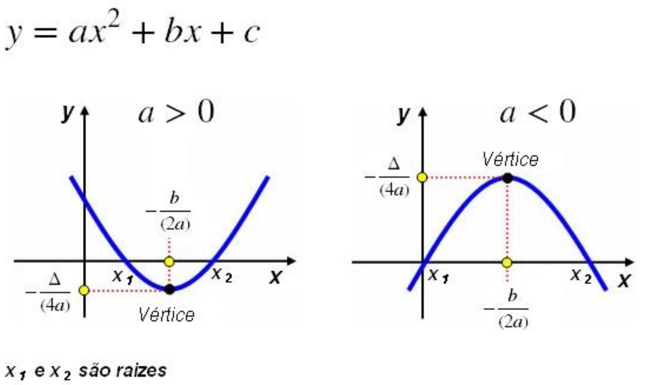
Gráfico de uma função Quadrática

O gráfico de uma função quadrática é determinado por uma curva a qual denomina-se **parábola**. Toda parábola é composta de dois ramos simétricos em relação a uma reta chamada de **eixo de simetria**. O ponto em comum à parábola e ao eixo de simetria é o ponto V, chamado de **vértice de parábola**.

Alguns pontos importantes:

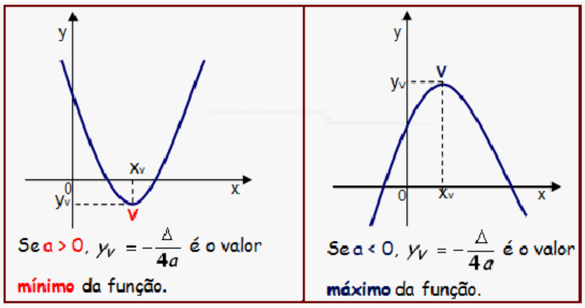
- O coeficiente c determina o ponto que a parábola intercepta o eixo y;
- O vértice pode ser calculado através da equação: $x_v = -\frac{b}{2a}$, $y_2 = -\frac{\Delta}{4a}$;
- O coeficiente a determina a concavidade da parábola, se voltada para cima $a > 0$ se voltada para baixo $a < 0$;

Figura 69 Pontos de uma Função do 2° Grau



- Ponto máximo e mínimo de uma função:

Figura 70 Máx e Mín de uma função do 2° grau



EXERCÍCIOS

1- (Ifal-2017) Determine o valor de k para que a equação $x^2 + kx + 6 = 0$ tendo como raízes os valores 2 e 3.

a) 0 b) 5 c) 6 d) -5 e) -6

2- (Enem) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t=0) e varia de acordo com a expressão T(t)=$\frac{-t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada pela abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19 b) 19,8 c) 20 d) 38

3- **(Uece-2017)** Considere a equação $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são números reais. Se as raízes desta equação são dois números inteiros consecutivos, positivos e primos, então o valor de $(p + q)^2$ é igual a:

a) 1 b) 4 c) 9 d) 16

4- Esboçar o gráfico de cada uma das seguintes funções do 2° grau, a partir de seus pontos notáveis.

a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) $y = 4x^2 + 2x + 1$

5- **(IFSC)** O conjunto solução de toda equação de segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$ pode ser determinado por:

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

É correto afirmar que o conjunto solução da equação $\frac{x^2}{3} = \frac{-x}{3} + 2$ é:

a) S={1,2} b) S={2,4} c) S={2,3} d) S={2,-3}

6- **(Ifal-2017)** a base de um triângulo mede x+3 e a altura mede x-2. Se a área desse triângulo vale 7, o valor de x é:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

7- **(ENEM-PPL-2019)** No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade Q de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t. Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t. Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

Tabela 8 para o exercício 7

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

Fonte 46 ENEM 2019

Para decidir se devem interromper o processo, evitando ris- cos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que circulará na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado.

Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a

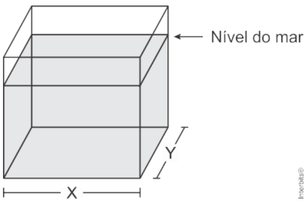
a) 4 b) 7 c) 8 d) 9 c) 10

8- (ENEM-2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.

Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

a) 1 e 49 b) 1 e 99 c) 10 e 10 d) 25 e 25 e) 50 e 50

Figura 71 Imagem para o exercício 8



Fonte 47 ENEM 2017

9- (ENEM-PPL-2013) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão L(x) = −x2 + 12x − 20, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a

a) 4. b) 6. c) 9. d) 10. e) 14.

10- (ENEM-(Libras)-2017) A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado

pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês.
Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de:
a) R$ 10,00. b) R$ 10,50. c) R$ 11,00. d) R$ 15,00. e) R$ 20,00.

11.3. Resolução de Exercícios Encontro 7

1. **(Ifal-2017)** Determine o valor de k para que a equação $x^2 + kx + 6 = 0$ tenha como raízes os valores 2 e 3.
a) 0 b) 5 c) 6 **d) -5** e) -6

$x_1 . x_2 = 6$ **$x_1 + x_2 = k$**

$x_1 + x_2 = \frac{-k}{1}$ **$2 + 3 = \frac{-k}{1}$** **5 = -k** **k = -5**

2. **(Enem)** A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t=0) e varia de acordo com a expressão T(t)=$\frac{-t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada pela abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C.
Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?
a) 19 b) 19,8 c) 20 **d) 38**

De acordo com o enunciado, temos a expressão T(t)=$\frac{-t^2}{4} + 400$ e a informação de que o forno só pode ser aberto quando T=39°C. Então, igualando a esse valor, temos:

39 = $\frac{-t^2}{4} + 400$
$-t^2+1600 = 156$

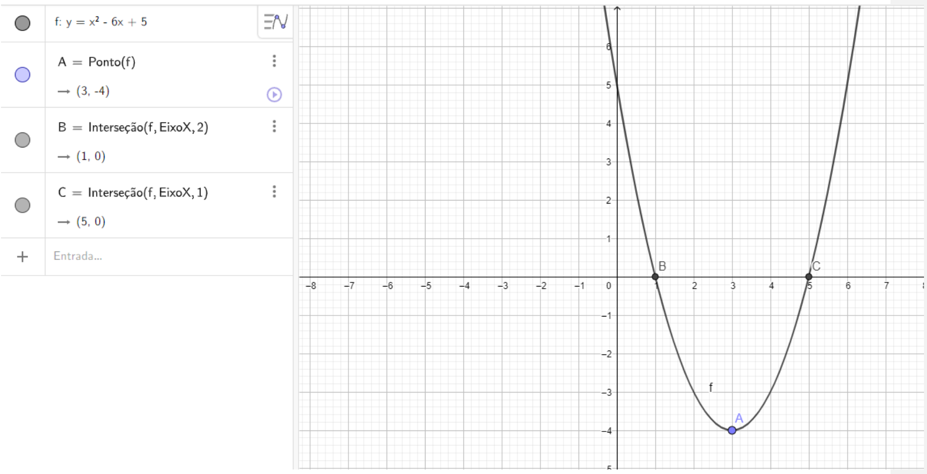
$-t^2$ = -1444
t^2 = 1444
t = $\pm\sqrt{\mathbf{1444}}$
t = 38, -38

3. **(Uece-2017)** Considere a equação $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são números reais. Se as raízes desta equação são dois números inteiros consecutivos, positivos e primos, então o valor de $(p + q)^2$ é igual a:
a) 1 b) 4 c) 9 d) 16

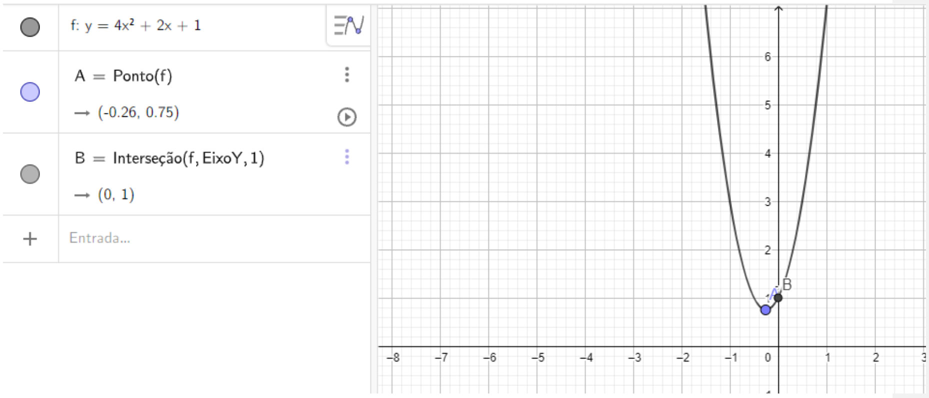
Na equação dada, -p é a soma, e q é o produto. Como os únicos números consecutivos e primos são 2 e 3, temos:
-p = 2+3 = 5, ou seja, p = -5.
q = 2 . 3 = 6, ou seja, q = 6.
Assim, $(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{q})^{\mathbf{2}} = (-\mathbf{5} + \mathbf{6})^{\mathbf{2}} = \mathbf{1}^{\mathbf{2}} = \mathbf{1}$

4. Esboçar o gráfico de cada uma das seguintes funções do 2° grau, a partir de seus pontos notáveis.

a) $y = x^2 - 6x + 5$



b) $y = 4x^2 + 2x + 1$



5. **(IFSC)** O conjunto solução de toda equação de segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$ pode ser determinado por:

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

É correto afirmar que o conjunto solução da equação $\frac{x^2}{3} = \frac{-x}{3} + 2$ é:

a) S={1,2} b) S={2,4} c) S={2,3} **d) S={2,-3}**

$$\boldsymbol{x^2 + x - 6 = 0}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-6)}}{2.1}}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}}$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2}$$

$$\boldsymbol{x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3}$$

6. **(Ifal-2017)** A base de um triângulo mede x+3 e a altura mede x-2. Se a área desse triângulo vale 7, o valor de x é:

a) 2 b) 3 **c) 4** d) 5

$$\boldsymbol{7 = \frac{(x+3)(x-2)}{2}}$$

$$14 = x^2 - 2x + 3x - 6$$
$$x^2 + x - 20 = 0$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-20)}}{2.1}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2}$$
$$x_1 = \frac{-1 + 9}{2} = 4$$
$$x_2 = \frac{-1 - 9}{2} = -5$$

7. (ENEM-PPL-2019) No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade Q de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t. Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t. Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

Para decidir se devem interromper o processo, evitando riscos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que circulará na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado.

Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a

a) 4 **b) 7** c) 8 d) 9 c) 10

Do enunciado, a função Q(t) é quadrática, sendo assim, ela tem o formato Q(t) = a.t² + b.t + c.

Como temos 3 pontos do gráfico dessa função, (0,1), (1,4), (2,6), podemos encontrar os coeficientes a,b e c desta parábola.

Ponto (0,1)

Q(0) = a.0² + b.0 + c = 1

c=1

Ponto (1,4)

$Q(1) = a.1^2 + b.1 + c = 4$

[aplicando c=1]

$a + b + 1 = 4$

$a+b=3$

Ponto (2,6)

$Q(2) = a.2^2 + b.2 + c = 6$

$4a + 2b + 1 = 6$

$4a + 2b = 5$

Ficamos com o seguinte sistema linear:

$a+b=3$ (Equação I)

$4a + 2b = 5$ (Equação II)

Multiplicando a equação (I) por -2

$-2a-2b=-6$

$4a + 2b = 5$

somando com a equação (II)

$2a = -1$

$a= \frac{-1}{2}$

Aplicando ($a = \frac{-1}{2}$) na equação (I)

$\frac{-1}{2} + b = 3$

$b = \frac{7}{2}$

Sendo assim, $Q(t) = (\frac{-1}{2}).t^2 + (\frac{7}{2}).t + 1$

Agora temos que responder: "os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que estará circulando na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado. "

último tempo coletado foi o (t=2), então temos que calcular Q(t=3).

$Q(3) = (\frac{-1}{2}).3^2 + (\frac{7}{2}).3 + 1$

Q(3) = ($\frac{-1}{2}$).9 + ($\frac{21}{2}$) + 1

Q(3) = ($\frac{-9}{2}$) + ($\frac{21}{2}$) + 1

Q(3) = ($\frac{12}{2}$) + 1

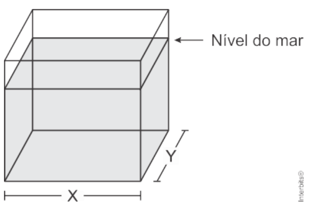
$$Q(3) = 6 + 1$$

Q(3) = 7

8. (ENEM-2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.

Quais devem ser os valores de X e de Y, em metros, para que a área da base do viveiro seja máxima?

a) 1 e 49 b) 1 e 99 c) 10 e 10 **d) 25 e 25** e) 50 e 50



O perímetro vale 100, ou seja, $2x + 2y = 10$, logo $x + y = 50$.

A área $A = x.y$

Fazendo y=50-x temos que a $A = x(50 - x) = -x^2 + 50x$

Calculando os vértices encontramos x e y.

$x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-50}{-2}$

$x_v = 25$

Substituindo x temos:

$$2.\ 25 + 2y = 100$$

$$50 + 2y = 100$$

$2y = 50$

$y = 25$

9. **(ENEM-PPL-2013)** Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a

a) 4. **b) 6.** c) 9. d) 10. e) 14.

A quantidade de bonés para maximizar o lucro é igual ao x_v.

Na função, temos que:

a = – 1

b = 12

c = – 20

Logo:

$X_v = \frac{-b}{2a}$

$= \frac{-12}{-2}$

$= 6$

10. **(ENEM-(Libras)-2017)** A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês.

Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de:

a) R$ 10,00. b) R$ 10,50. c) R$ 11,00. **d) R$ 15,00.** e) R$ 20,00.

Seja x o valor do aumento em reais e R(x). Sabemos que 200 – 10x é igual ao número de clientes após o aumento de x reais e que 10 + x é o valor do serviço após o aumento, então:

$$R(x) = (200 - 10x)(10 + x)$$

$$R(x) = 2000 + 200x - 100x - 10x^2$$

$$R(x) = -10x^2 + 100x + 200$$

Queremos o valor máximo que ele pode alcançar. Calcularemos o valor de x_v:

$$x_v = \frac{-b}{-2a}$$

$$x_v = \frac{-100}{-20}$$

$$x_v = 5$$

Com o aumento de 5 reais, o valor do serviço chega a R$ 15,00.

11.4. Relatório Encontro 7

7° Encontro PROMAT – 23/04/2022

Na manhã do dia 23 de abril foi realizado o 7° encontro, que tinha como conteúdo equações e funções do segundo grau. Iniciamos a aula com a utilização de lâmina, apresentando um desafio introdutório ao conteúdo. Após alguns instantes, perguntamos aos alunos se gostariam de compartilharem suas ideias para fazer a correção da atividade.

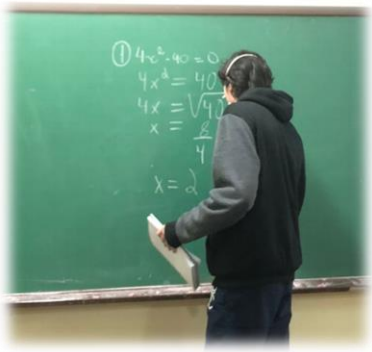
Na sequência foi entregue uma folha que continha as explicações e exercícios. Foram apresentadas as definições nas lâminas, a cada item que era explicado apresentávamos um exemplo para que os alunos tentassem resolver.

Os conteúdos foram apresentados no decorrer da aula até o intervalo. Ao retornarem do intervalo os alunos fizeram as resoluções dos exercícios em duplas e grupos, com o auxílio das professoras.

Após este momento realizamos as correções de alguns exercícios no quadro e pedimos aos alunos para que apresentassem suas resoluções, assim corrigindo-as quando necessário. Por questão de tempo, não foi possível fazer a correção de todos os exercícios, contudo enviamos as resoluções aos alunos após o término do encontro.

Ainda, utilizamos o software Geogebra para fazer a correção dos exercícios que continham gráficos, também o utilizamos para a explicação de algumas características das frações.

Figura 73 Aluno apresentando exercício



Fonte 49 Autores

Figura 72 Resolução de Aluno

Fonte 48 Autores

12. Encontro 8

12.1. Plano de Aula Encontro 8

PROMAT – 8º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 8º ENCONTRO – 30/04/2022

Conteúdo:

Geometria Triângulos.

Objetivo geral:

Identificar e compreender propriedades de semelhança e relações métricas entre triângulo.

Objetivos específicos

Ao se trabalhar com triângulos, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar os critérios de semelhança entre triângulos;
- Reconhecer os nomes de cada parte e lado de um triângulo;
- Resolver problemas envolvendo os assuntos a serem trabalhados envolvendo triângulos;
- Saber a origem do Teorema de Pitágoras e o porquê que é válido.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, atividades impressas, multimídia, computador e lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Inicia-se a aula solicitando aos alunos para que se organizem em 5 grupos de 4 a 5 alunos, será entregue a folha atividades para os alunos, contendo os conteúdos e os exercícios propostos, conforme o anexo 1. Na primeira parte da aula, com a apresentação em lâminas e exemplos, serão explicados os seguintes assuntos: ***(60min)***

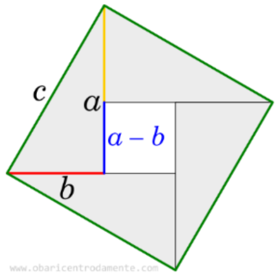
- Semelhança de triângulos;
- Casos de semelhança de triângulos;
- As propriedades de um triângulo retângulo;
- Relações métricas no triângulo retângulo.

2. Após este momento apresentaremos um exercício desafio, com o objetivo de introduzir o Teorema de Pitágoras. ***(20min)***

Desafio - *8° encontro*

Imagine 4 triângulos retângulos de lados a, b e c, onde c é a hipotenusa, encaixados de maneira que formem um quadrado de lado c, como na imagem a seguir

Figura 74 Demonstração Teorema de Pitágoras



Observe que forma outro quadrado de lado a-b.

Escreva a área do quadrado formado pelos 4 triângulos utilizando estas informações:

<u>Dica!</u>

Utilize área de triângulos para facilitar sua descoberta!

3. Intervalo; ***(20min)***

4. Após o retorno do intervalo, será solicitado aos alunos para que apresentem suas resoluções para os colegas, com o intuito de fazer a correção da atividade e, assim formalizando o assunto de Teorema de Pitágoras. ***(40min)***

5. Ao final da aula os alunos farão a resolução dos exercícios ainda em grupos, com o auxílio das professoras. ***(60min)***

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Ao final da aula os professores entregarão a eles alguns exercícios, os quais ajudarão a identificar o aproveitamento e rendimento dos alunos na aula.

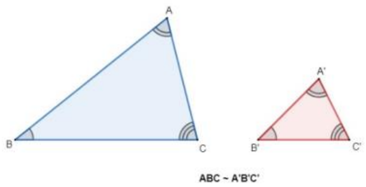
12.2. Material Entregue Encontro 8

PROMAT
8° ENCONTRO – 23/04/2022
<u>Geometria – Triângulos</u>

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Dados dois triângulos ABC e A’B’C’, vamos dizer que eles são semelhantes se, e somente se, os ângulos correspondentes são congruentes na mesma ordem, ou seja, se os ângulos são iguais e se os lados correspondentes são ordenadamente proporcionais. Veja:

Figura 75 Semelhança de Triângulos



Ângulos correspondentes congruentes:

$$A = A', B = A' e\ C = A'$$

Lados correspondentes proporcionais:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

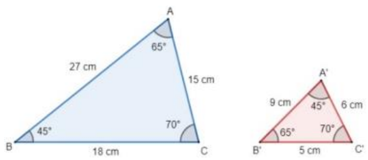
$$\boldsymbol{AB\ BC\ \ AC}$$

O número k nas razões entre os lados é chamado de constante de proporcionalidade, e as razões são chamadas de razões de proporcionalidade.

Exemplo:

Vamos verificar se os triângulos a seguir são proporcionais.

Figura 76 Exemplo de Semelhança



Observe que a correspondência entre os ângulos dos triângulos azul e vermelho é dada por: A = 65° = B’, B = 45° = A’, C = 70° = C’

Veja também que o lado A’B’ está para o lado AB, que o lado B’C’ está para o lado AC e que o lado A’C’ está para o lado BC, ou seja:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

$$\frac{9}{27} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Note que, nessa ordem, podemos encontrar uma proporção entre os lados em que a constante de proporcionalidade é igual a 1/3, ou seja, para construir o triângulo A'B'C', basta multiplicar cada lado do triângulo ABC por 1/3. Assim, temos que os triângulos são semelhantes na seguinte ordem:

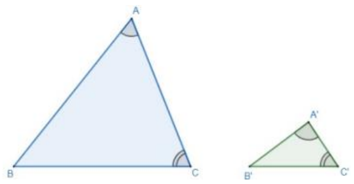
ABC ~ B'A'C'

Casos de semelhança de triângulos

- **Caso Ângulo – Ângulo (AA)**

Vamos dizer que dois triângulos são semelhantes se dois ângulos de um triângulo são iguais a dois ângulos do outro triângulo.

Figura 77 Caso AA



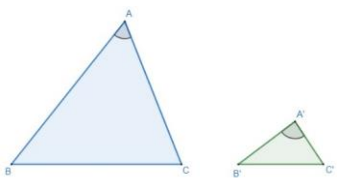
$$\begin{cases}\hat{A} \equiv \hat{A}' \\ \hat{C} \equiv \hat{C}'\end{cases} \Leftrightarrow ACB \sim A'C'B'$$

Se dois ângulos são congruentes, os triângulos são semelhantes e a volta também é verdadeira, isto é, caso dois triângulos sejam semelhantes, então podemos afirmar que dois ângulos correspondentes são iguais.

- **Caso Lado – Ângulo – Lado (LAL)**

Dizemos que dois triângulos são semelhantes se dois lados são proporcionais e os ângulos entre esses lados são congruentes, isto é, possuem a mesma medida.

Figura 78 Caso LAL



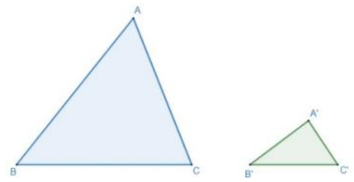
$$\begin{cases}\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \\ \hat{A} \equiv \hat{A}'\end{cases} \Leftrightarrow ABC \sim A'B'C'$$

A condição para que esses dois triângulos sejam semelhantes é que a razão entre AB e A’B’ seja igual à razão entre os lados AC e A’C’, ou seja, que os lados sejam proporcionais. Além disso, o ângulo compreendido entre esses lados deve ser igual: Â = Â’.

- **Caso Lado – Lado – Lado (LLL)**

Dois triângulos são ditos semelhantes se os três lados do primeiro triângulo são ordenadamente proporcionais aos lados do segundo triângulo.

Figura 79 Caso LLL



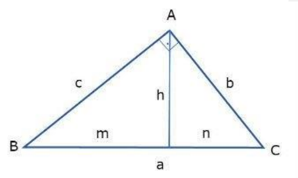
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Leftrightarrow ABC \sim A'B'C'$$

Nesse caso, para que os triângulos sejam semelhantes, os lados correspondentes devem ser iguais.

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

As relações métricas relacionam as medidas dos elementos de um triângulo retângulo.

Figura 80 Relações Métricas no triângulo Retângulo

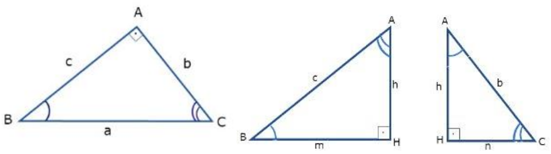


a: medida da hipotenusa (lado oposto ao ângulo de 90
b: cateto
c: cateto
h: altura relativa à hipotenusa
m: projeção do cateto c sobre a hipotenusa
n: projeção do cateto b sobre a hipotenusa

SEMELHANÇA E RELAÇÕES MÉTRICAS

Para encontrar as relações métricas, utilizaremos semelhança de triângulos. Considere os triângulos semelhantes ABC, HBA e HAC, representados nas imagens:

Figura 81 Semelhança e relações



Como os triângulos ABC e HBA são semelhantes ($\Delta ABC \sim \Delta HBA$), temos as seguintes proporções:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow a.h = b.c \qquad \frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = a.m$$

Usando que $\Delta ABC \sim \Delta HAC$ encontramos a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = a.n$$

Da semelhança entre os triângulos HBA e HAC encontramos a proporção:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow h^2 = m.n$$

Temos ainda que a soma das projeções m e n é igual a hipotenusa, ou seja:

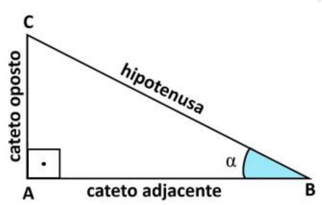
$$a = m + n$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras relaciona o comprimento dos lados do triângulo retângulo. Essa figura geométrica é formada por um ângulo interno de 90°, chamado de ângulo reto.

"*A soma dos quadrados de seus catetos corresponde ao quadrado de sua hipotenusa*."

Figura 82 Triângulo Retângulo



$a^2 = b^2 + c^2$

Sendo,

a: hipotenusa

b: cateto

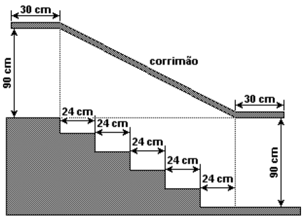
c: cateto

EXERCÍCIOS

1. A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminui 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

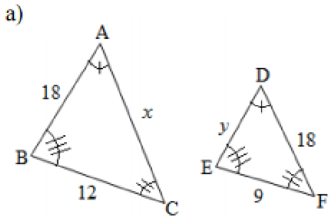
2. (Enem) Na figura abaixo que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total docorrimão é igual a

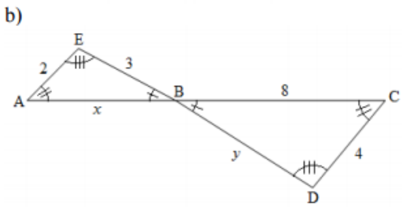
Figura 83 Imagem para o exercício 2



Fonte 50 ENEM

3. As figuras abaixo nos mostram pares de triângulos semelhantes. Dessa forma calcule os valores de e x e y:

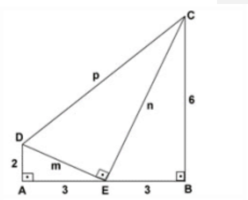




4. Considere a figura ao lado e determine:

a) a medida do lado m

b) a medida do lado n



c) a medida do lado p

d) o perímetro do trapézio ABCD

5. Os lados de um triângulo ABC medem 10cm, 24cm e 26cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?

6. As medidas dos catetos de um triângulo retângulo medem $\left(2+\sqrt{5}\right)$ cm e $\left(-2+\sqrt{5}\right)$cm. Determine a medida da hipotenusa.

7. (Enem 2014) Diariamente, uma residência consome 20160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm x 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.
Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

A. Retirar 16 células.
B. Retirar 40 células.
C. Acrescentar 5 células.
D. Acrescentar 20 células.
E. Acrescentar 40 células.

8. (Enem 2018) Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

Figura 84 Imagem para o exercício 8

Fonte 51 ENEM 2018

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm. O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é:

a) 14
b) 12
c) $7\sqrt{2}$
d) $6 + 4\sqrt{2}$
e) $6 + 2\sqrt{2}$

12.3. Resolução de Exercícios Encontro 8

1) No instante em que a sombra de uma pessoa (que tem 180 cm de altura) mede 60 cm, a sombra de um poste (que tem h cm de altura) mede 200 cm. Assim sendo:

$$\frac{h}{180} = \frac{200}{60}$$

$$h = 600$$

Porém, mais tarde a sombra do poste (que tem 600 cm de altura) passou a medir 150 cm (pois diminuiu 50 cm).
Logo, sendo de s cm a medida da nova sombra da mesma pessoa, teremos:

$$\frac{s}{150} = \frac{180}{600}$$

$$s = 45$$

2)Observe que a altura entre o primeiro degrau e o corrimão é de 90 cm.
Somando o comprimento de cada degrau, obteremos 5 . 24 = 120 cm

Observe que será formado um triângulo retângulo de catetos 90 cm e 120 cm. Podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar a medida do corrimão:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 90^2 + 120^2$$
$$a^2 = 8100 + 14400$$
$$a^2 = 22500$$
$$a = \sqrt{22500}$$
$$a = 150\ cm$$

Assim, o corrimão terá $150\ cm$. Mas observe que ainda há dois pedaços do corrimão, ambos de $30\ cm$, assim, a medida do corrimão será $150\ cm + 60\ cm = 210$ cm. Transformando para metros (dividindo por 100) teremos $2{,}1\ m$.

3) a)
usando razão e proporção temos:

$\frac{18}{12} = \frac{y}{9}$ $\qquad$ $\frac{x}{12} = \frac{18}{9}$

$y = \frac{162}{12}$ $\qquad$ $x = \frac{216}{9}$

$y = 13{,}5$ $\qquad$ $x = 24$

b) $\frac{2}{x} = \frac{4}{8}$ $\qquad$ $\frac{y}{8} = \frac{3}{4}$

$x = \frac{16}{4}$ $\qquad$ $x = \frac{24}{4}$

$x = 4$ $\qquad$ $x = 6$

4) aplicando Pitágoras teremos:

$$m^2 = 2^2 + 3^2$$
$$m^2 = 4 + 9$$
$$m^2 = 13$$
$$m = \sqrt{13}$$

$$n^2 = 6^2 + 3^2$$
$$n^2 = 36 + 9$$
$$n^2 = 45$$
$$n = \sqrt{45}$$

$$p^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{45})^2$$
$$p^2 = 13 + 45$$
$$p = \sqrt{58}$$

Para descobrirmos o perímetro basta somarmos todos os lados.

Perímetro: $2 + 3 + 3 + 6 + \sqrt{58} = 14 + \sqrt{58}$.

5) Para ser retângulo, o maior lado precisa ser a HIPOTENUSA dos outros dois. Através do teorema de Pitágoras chegamos a uma conclusão. Portanto:

$$26^2 = 24^2 + 10^2$$
$$676 = 576 + 100$$
$$676 = 676$$

Então SIM, podemos afirmar que é um triângulo retângulo.

6) O quadrado da hipotenusa(a) é o quadrado da soma dos dois, então:

$$a^2 = (2 + \sqrt{5})^2 + (2 - \sqrt{5})^2$$
$$a^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 + 4 - 4\sqrt{5} + 5$$
$$a^2 = 8 + 10$$
$$a^2 = 18$$
$$a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

7) A cada retângulo de dimensões 6 cm x 8 cm, temos uma diagonal de 10 cm. Assim, por dia, cada célula produz 10 x 24 = 240 Wh e 100 células produzem 100 x 240 = 24000 Wh.
Desse modo, temos 3840 Wh a mais que o consumo inicial, logo, percebemos que 3840 Wh / 240 Wh = 16. Assim, devemos retirar 16 células.

8) Observe a imagem abaixo.
Os triângulos ABC, ACD, CDE, DEF e EFG são retângulos isósceles, de acordo com o enunciado.
Então, a hipotenusa de cada um é igual à diagonal do quadrado: $l\sqrt{2}$.
Temos que AB = BC = 2 cm.
Como ABC é isóscele, então AC = $2\sqrt{2}$ cm.
Temos que AD = AC = $2\sqrt{2}$.
Como ACD é isósceles, então DC = $2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 4$ cm.
Temos que CD = CE = 4 cm.
Como CDE é isósceles, então DE = $4\sqrt{2}$ cm.
Temos que DF = DE = $4\sqrt{2}$ cm.
Como DEF é isósceles, então FE = $4\sqrt{2}.\sqrt{2} = 8$ cm.
Temos que EF = EG = 8 cm.
O lado do quadrado é igual a BC + CE + EG.
Portanto, 2 + 4 + 8 = 14 cm.

12.4. Relatório Encontro 8

8° Encontro PROMAT – 30/04/2022

Na manhã do dia 30 de abril foi realizado o 8° encontro, que tinha como conteúdo Triângulos. Selecionamos a parte de semelhanças e congruência de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras.

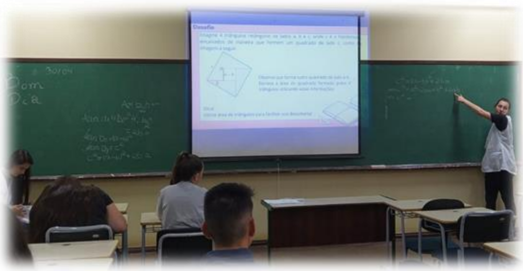
Iniciamos a aula com a apresentação em lâminas do primeiro conteúdo. Foi entregue a folha impressa com as definições, exemplos e exercícios. Os conteúdos foram apresentados um em seguida do outro. Percebemos a falta de exemplos no planejamento da aula, o que acabou tornando o encontro um pouco maçante. Então recorremos ao livro base utilizado na elaboração do plano para realizarmos alguns exemplos.

Uma das atividades propostas aos alunos, era a dedução do Teorema de Pitágoras, que tinha como objetivo encontrar o resultado através de áreas de triângulos. Os alunos tiveram um momento para resolver, então a correção foi feita pela a professora no quadro.

Após o intervalo, como havia sobrado tempo de aula, apresentamos mais alguns exemplos aos alunos e, solicitamos para que fizessem os exercícios.

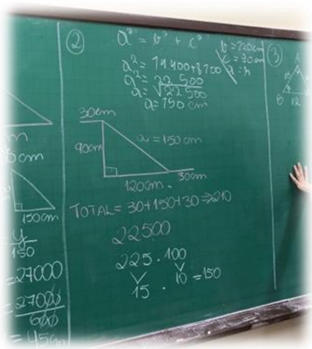
Depois de alguns instantes, demos início a correção dos exercícios no quadro. A princípio nós professoras faríamos a correção, contudo os alunos se voluntariaram a apresentar suas resoluções. Nesta aula optamos por um aluno apresentar um exercício de cada vez, para podermos realizar a correção tirando as possíveis dúvidas.

Figura 86 Demonstração Teorema de Pitágoras



Fonte 53 Autores

Figura 85 Resolução de Aluno



Fonte 52 Autores

13. Encontro 9

13.1. Plano de Aula Encontro 9

PROMAT – 9º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 9º ENCONTRO – 07/05/2022

Conteúdo:

Geometria Polígonos.

Objetivo geral:

Compreender e classificar polígonos de acordo com seus lados, deduzir as fórmulas para descobrir a quantidade de diagonais e os ângulos internos e aplicar seu conhecimento nas questões do Enem e Vestibular.

Objetivos específicos: objetiva-se que ao final do encontro os alunos sejam capazes de:

- Classificar e definir polígonos;
- Nomear os polígonos de acordo com o número de lados de um polígono;
- Diferenciar polígonos regulares e irregulares;
- Compreender e deduzir fórmulas para o cálculo da soma dos ângulos internos, soma das diagonais;
- Calcular a área dos polígonos.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, atividades impressas, multimídia, computador e lápis, geoplano,

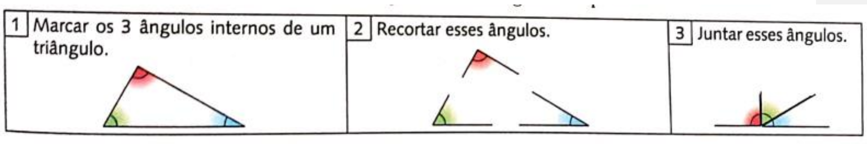
Encaminhamento metodológico:

1. Inicia-se a aula solicitando aos alunos para que se organizem grupos de 4 a 5 alunos, será entregue a folha atividades para os alunos, contendo os conteúdos e os exercícios propostos, conforme o anexo 1. Na primeira parte da aula, com a apresentação em lâminas e exemplos, serão explicados os seguintes assuntos:

- Definição de polígono;
- Polígonos convexos e não convexos.
- Polígono regular e irregular;
- Nomenclatura dos polígonos de acordo com seus lados.

2. Em seguida realizaremos a demonstração da soma dos ângulos interno de um triângulo é 180º, utilizando a manipulação de materiais. Essa demonstração foi tirada do livro Projeto Araribá Matemática, como mostra a imagem abaixo.

Figura 87 Demonstração da atividade

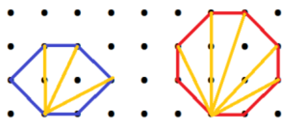


3. Na sequência será entregue para os grupos o geoplano e barbantes para traçar lados dos polígonos e suas diagonais, de acordo com as instruções das professoras, e será solicitado que eles preencham a tabela na folha entregue para eles.

As professoras preencherão juntamente com os alunos a linha dos triângulos.

Nesta atividade utilizaremos a ideia de decomposição, isto é, dividiremos o polígono em triângulos. De modo geral chegaremos que um polígono pode ser decomposto em $(n-2)$ triângulos.

Figura 88 Demonstração do Geoplano



Fonte 54 https://www.ensinandomatematica.com/ensinando-matematica-geoplano/

4. Intervalo (20 min)

5. Após o intervalo será apresentado através das lâminas as fórmulas das áreas de alguns polígonos que mais aparecem em vestibulares e no Enem. Será solicitado que os alunos, a partir da atividade anterior, observem que podemos dividir a figura em triângulos e assim calcular sua área.

6. O tempo remanescente será destinado a solucionar junto com os alunos os exercícios propostos na lista.

7. Separaremos um tempo do final para realizar uma brincadeira com os alunos para mobilizarem o conceito que aprenderam na aula.

Separaremos a turma em dois grupos para realizar um logo da velha, desenharemos no quadro o jogo da velha e cada grupo na sua vez irá sortear uma carta do monte (Anexo 2), no qual conterá perguntas sobre polígonos e suas propriedades, se eles acertarem podem marcar X ou O no jogo, se não passa a vez para o próximo grupo.

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Ao final da aula os professores entregarão a eles alguns exercícios, os quais ajudarão a identificar o aproveitamento e rendimento dos alunos na aula.

13.2. Material Entregue Encontro 9

PROMAT
9° ENCONTRO – 07/05/2022
<u>Geometria – Polígonos</u>

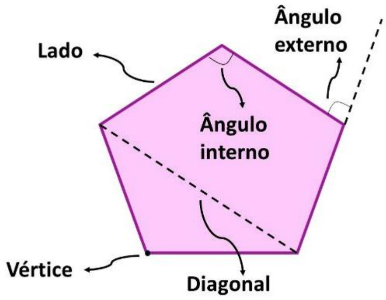
Denominamos **polígono** toda figura geométrica plana formada por uma região e por seu contorno, fechada e composta por segmentos de reta que não se cruzam.

A palavra **polígono** tem origem grega em que *poli* indica muitos e *gonos*, **ângulos.**

Elementos de um polígono.

Todo polígono tem os seguintes elementos: vértice, lados, diagonais, ângulos internos e ângulos externos.

Figura 89 Elementos de um polígono



❖ Os segmentos que limitam o polígono são chamados de **lados**.

❖ Cada par de lados adjacentes de um polígono se encontra em um ponto, chamado de **vértice**.

❖ Cada um dos segmentos de reta que unem o vértice do polígono a outro vértice não consecutivo é chamado de **diagonal**.

❖ Cada um dos ângulos formados por um par de lados do polígono é chamado de **ângulo interno**.

❖ Cada um dos ângulos adjacentes suplementares a cada ângulo interno do polígono é conhecido como ângulo **externo do polígono**.

Polígono regular e irregular.

Um polígono pode ser classificado como regular quando ele possui todas os ângulos e lados congruentes. Ser congruente significa possuir a mesma medida. O triângulo equilátero e o quadrado são exemplos. Quando pelo menos um dos lados é diferente, o polígono é irregular.

Nome dos polígonos

Os polígonos são nomeados de acordo com o número de ângulos (que é igual ao número de lados).

Figura 90 Nomes dos polígonos

3 lados – triângulo	9 lados – eneágono
4 lados – quadrilátero	10 lados - decágono
5 lados – pentágono	11 lados - undecágono
6 lados – hexágono	12 lados - dodecágono
7 lados – heptágono	15 lados - pentadecágono
8 lados – octógono	20 lados – icoságono

De acordo com as medidas de seus lados ou de seus ângulos, os polígonos podem ser classificados em três categorias:

<u>Polígonos equiláteros</u>: são aqueles cujos lados têm a mesma medida.

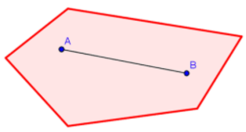
<u>Polígonos equiângulos</u>: são aqueles cujos ângulos têm a mesma medida.

<u>Polígonos regulares:</u> são aqueles que são, ao mesmo tempo, equiláteros e equiângulo. Os demais são polígonos não regulares.

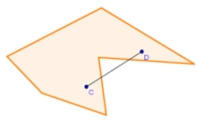
Polígonos convexos e não-convexos

Uma região do plano designa-se por convexa quando qualquer segmento de reta que tenha as extremidades dentro da região, tem todos os seus pontos na região.

P



Q



Polígono Q não é convexo porque o segmento de reta [C,D], apesar de ter as extremidades "dentro" do polígono, possui pontos que estão "fora". Já o polígono P é convexo.

Tabela 9 Polígonos

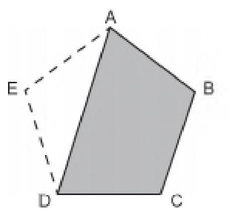
Polígono convexo	Nº de lados	Vértices	Número triângulos	Número de diagonais que partem de um único vértice	Total de diagonais do polígono	Soma dos Ângulos Internos
Triângulo						
Quadrilátero						
Pentágono						
Hexágono						
Heptágono						
Octógono						
Eneágono						
Decágono						
Polígono de n lados						

Fonte 55 Autores

Exercícios

1) (ENEM – 2016) Um gesseiro que trabalhava na reforma de uma casa lidava com placas de gesso com formato de pentágono regular quando percebeu que uma peça estava quebrada, faltando uma parte triangular, conforme mostra a figura.

Figura 91 Imagem para o exercício 1



Fonte 56 ENEM 2016

Para recompor a peça, ele precisou refazer a parte triangular que faltava e, para isso, anotou as medidas dos ângulos x = EÂD, y = EDA e z = AÊD do triângulo ADE.

As medidas *x, y* e *z*, em graus, desses ângulos são, respectivamente,

Alternativas

a. 18,18 e 108.

b. 24, 48 e 108.

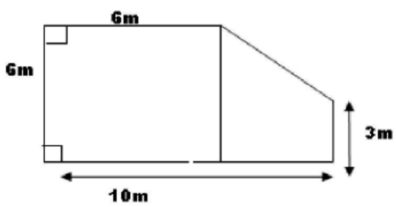
c. 36, 36 e 108.

d. 54, 54 e 72.

e. 60, 60 e 60.

2) Analise a figura a seguir.

Figura 92 Imagem para o exercício 2



Para pintar a parede indicada com certa tinta, gasta-se uma lata pequena de tinta para cada 3,6 m^2.

Assim, para pintar a parede inteira o número de latas necessário é:

a) 1,5

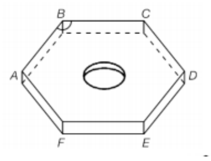
b) 11

c) 12

d) 15

3) (IFTM) Uma porca sextavada é um elemento de fixação utilizado em conjunto com os parafusos. Ela possui esse nome porque seu formato é associado a um polígono regular de seis lados. A figura mostra uma representação geométrica desse tipo de porca.

Figura 93 Imagem para o exercício 3



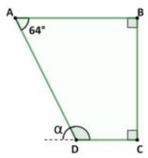
Fonte 57 IFTM

Qual é a medida do ângulo ABC?

A) 100º. B) 108º C) 120º. D) 135º. E) 144º.

4) Analise o seguinte polígono e determine o valor do ângulo alfa.

Figura 94 Imagem para o exercício 4



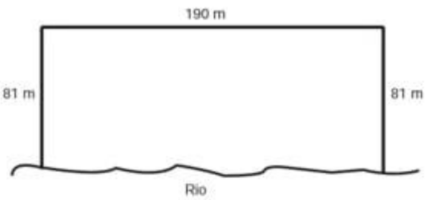
a) 74° b) 64° c) 54° d) 84° e) 94°.

5) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.

A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é?

Figura 95 Imagem para o exercício 5

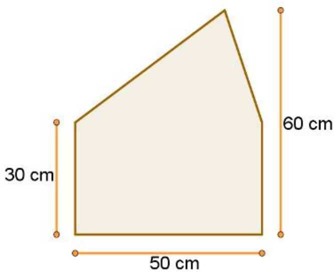
A) 6. B) 7.



C) 8. D) 11. E) 12.

6) Calcule a medida da área do pentágono na figura a seguir, considerando as medidas que foram colocadas nela.

Figura 96 Imagem para o exercício 6



a) 750 cm²

b) 1500 cm²

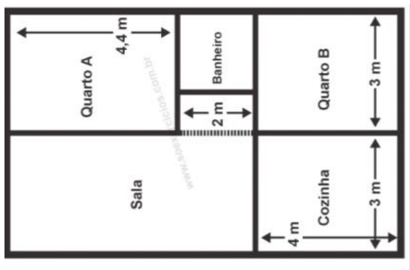
c) 2250 cm²

d) 3000 cm²

e) 9000 cm²

7) (ENEM-2017) A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é 0,20 me das paredes internas, 0,10 m.

Figura 97 Imagem para o exercício 7



Fonte 58 ENEM 2017

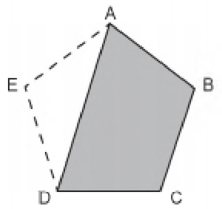
Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados R$ 4,00 por cada metro quadrado de área construída. O valor do IPTU desse imóvel, em real, é:

A) 250,00. B) 250,80. C) 258,64. D) 276,48. E) 286,00.

13.3. Resolução de Exercícios Encontro 9

1) (ENEM – 2016) Um gesseiro que trabalhava na reforma de uma casa lidava com placas de gesso com formato de pentágono regular quando percebeu que uma peça estava quebrada, faltando uma parte triangular, conforme mostra a figura.

Figura 98 Imagem para o exercício 1



Fonte 59 ENEM 2016

Para recompor a peça, ele precisou refazer a parte triangular que faltava e, para isso, anotou as medidas dos ângulos x = EÂD, y = EDA e z = AÊD do triângulo ADE.

As medidas *x, y* e *z*, em graus, desses ângulos são, respectivamente,

Alternativas

a. 18,18 e 108.
b. 24, 48 e 108.
c. 36, 36 e 108.
d. 54, 54 e 72.
e. 60, 60 e 60.

R. Um pentágono regular é subdivisível em 3 triângulos;
logo, a soma de seus ângulos é igual a $3x180° = 540°$.
Assim sendo, cada ângulo de um pentágono regular deve medir $\frac{540°}{5} = 108°$.

Como o triângulo ADE é isóscele (DE=EA), então devemos ter ADE = EAD = AED/2.

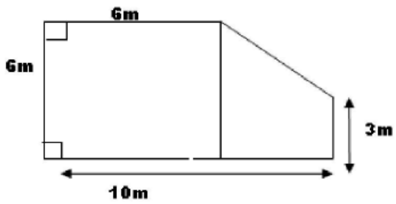
Então ^ADE = ^EAD = $\frac{(180-108)}{2} = \frac{72}{2} = 36$

Logo, as medidas de x, y e z são, respectivamente, 36°, 36° e 108°.

Alternativa C.

2) Analise a figura a seguir.

Figura 99 Imagem para o exercício 2



Para pintar a parede indicada com certa tinta, gasta-se uma lata pequena de tinta para cada 3,6 m^2.

Assim, para pintar a parede inteira o número de latas necessário é:

a) 1,5

b) 11

c) 12

d) 15

Área do quadrado = $6\text{m X } 6\text{m} = 36\text{m}^2$

Área do trapézio = $\frac{(b+B).h}{2} = \frac{(3+6).4}{2} = 18m^2$

Área total = Área do quadrado mais área do trapézio

Área total = $36\text{m}^2 + 18\text{m}^2 = 54\text{m}^2$

Agora, regra de três!!!

1 lata de tinta - 3,6m² da parede

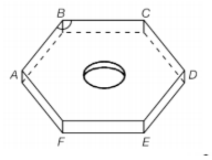
x - 54m² da parede

$54 = 3{,}6\,x$

$x = 15\ latas$

3) (IFTM) Uma porca sextavada é um elemento de fixação utilizado em conjunto com os parafusos. Ela possui esse nome porque seu formato é associado a um polígono regular de seis lados. A figura mostra uma representação geométrica desse tipo de porca.

Figura 100 Imagem para o exercício 3



Fonte 60 IFTM

Qual é a medida do ângulo ABC?

A) 100º. B) 108º C) 120º. D) 135º. E) 144º.

Alternativa C.

Analisando a figura, é possível perceber que ela possui 6 lados. Então, utilizando a fórmula da soma dos ângulos internos, temos que:

Si = $(n-2).180°$

Si = $(6-2).180°$

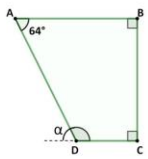
Si = $4 . 180°$

Si = $720°$

A medida de um ângulo é, portanto $\frac{720}{6} = 120°$

4) Analise o seguinte polígono e determine o valor do ângulo alfa.

Figura 101 Imagem para o exercício 4



a) 74° b) 64° c) 54° d) 84° e) 94°.

A soma das medidas internas de um quadrilátero é 360°. Como dois ângulos são de 90° e um de 64°, temos:

$64° + 90° + 90° = 244°$

$$360° - 244° = 116°$$

Para determinas alfa.

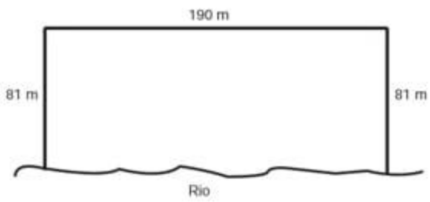
$$\alpha + 116° = 180°$$

$$\alpha = 64°$$

5) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.

A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é?

Figura 102 Imagem para o exercício 5



A) 6. B) 7.

C) 8. D) 11. E) 12.

O comprimento do cercado será:

C = 81 + 190 + 81 = 352 cm. 1 rolo tem 48 cm de comprimento.

Então podemos dividir o comprimento total do cercado pelo comprimento que vem em cada rolo, para encontrar o número mínimo de rolos:

$$n = \frac{c}{48}$$

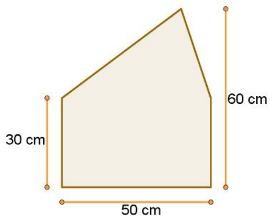
$$n = \frac{352}{48}$$

$$n = 7{,}33$$

Como não dá para comprar 7,33 rolos, precisaremos comprar números inteiros de rolos, o próximo número inteiro será 8 rolos.

6) Calcule a medida da área do pentágono na figura a seguir, considerando as medidas que foram colocadas nela.

Figura 103 Imagem para o exercício 6



a) 750 cm^2

b) 1500 cm^2

c) 2250 cm^2

d) 3000 cm^2

e) 9000 cm^2

Perceba que essa figura é formada por um triângulo sobre um retângulo. Para calcular sua área, basta somar a área do triângulo e do retângulo. Observe que o retângulo tem base igual a 50 cm e que sua altura é igual a 30 cm. A base do triângulo também mede 50 cm e o que sobra para sua altura é 30 cm, uma vez que a altura total da figura é de 60 cm e a altura do retângulo mede 30 cm.

Então, a área do retângulo é:

$$Ar = b.h = 50.30 = 1500cm^2$$

A área do triângulo é:

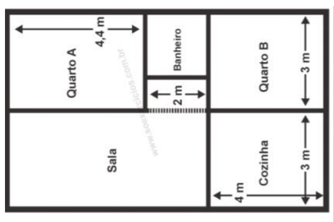
$$At = \frac{b.h}{2} = \frac{50.30}{2} = \frac{1500}{2} = 750cm^2$$

E a área do pentágono é a soma das áreas do triângulo e do retângulo:

$$Ar + At = 1500 + 750 = 2250\ cm^2$$

7) (ENEM-2017) A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é 0,20 me das paredes internas, 0,10 m.

Figura 104 Imagem para o exercício 7



Fonte 61 ENEM 2017

Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados R$ 4,00 por cada metro quadrado de área construída. O valor do IPTU desse imóvel, em real, é:

A) 250,00. B) 250,80. C) 258,64. D) 276,48. E) 286,00.

Como o valor do imposto é calculado de acordo com a área construída, o que temos que fazer é calcular a área dessa residência. Para isso, precisamos saber as medidas da largura e do comprimento.

LARGURA

Temos duas paredes externas, mais uma interna e mais dois vãos cada um com 3 m de largura. Logo:

$$L = 2.(0{,}20) + 0{,}10 + 3 + 3$$

$$L = 0{,}40 + 0{,}10 + 6$$

$$L = 6{,}50m$$

COMPRIMENTO

Temos 2 paredes externas, mais 2 paredes internas, mais 1 vão de 4 m, 1 vão de 2 m e 1 vão de 4,4 m. Logo:

$$C = 2.(0{,}20) + 2.(0{,}10) + 4 + 2 + 4{,}4$$

$$C = 0{,}40 + 0{,}20 + 10{,}40$$

$$c = 11\ m$$

Pronto! Como a casa tem forma de retângulo, para calcular sua área, basta multiplicar o comprimento pela largura.

$$A = C.L$$

$$A = 11\ .\ 6{,}5$$

$$A = 71{,}5\ m^2$$

São cobrados 4 reais por m². Logo:

$$1\ \mathrm{m}^2\ \text{-----------}\ 4{,}00$$

$$71{,}5\ \mathrm{m}^2\ \text{-----------}\ x$$

$$\mathrm{x}\ =\ 4 \cdot 71{,}5$$

$$\mathrm{x}\ =\ 286$$

O IPTU deste imóvel é de R$ 286,00.

13.4. Relatório Encontro 9

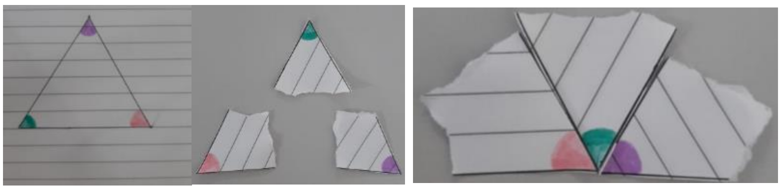
9º Encontro PROMAT – 07/05/2022

Na manhã do dia 07 de maio foi realizado o 9º encontro, que tinha como conteúdo polígonos.

Iniciamos a aula pedindo para que os alunos se juntassem em grupos de três ou quadro integrantes e entregamos a eles o material impresso para que acompanhassem juntamente com a exposição das lâminas, contendo nelas a definição de polígonos, seus elementos, classificação de polígono regular ou irregular, como os polígonos são nomeados e definição polígono convexo e não convexo.

No segundo momento da aula foi feito uma demonstração prática sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo como mostra as imagens abaixo.

Figura 105 Demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo



Fonte 62 Autores

Após a demonstração foi entregue aos grupos geoplanos e barbantes. Primeiramente eles deveriam desenhar o polígono com os barbantes, e depois traçar a diagonais relativas a um único vértice e com isso deveriam perceber que as diagonais dividiam o polígono em triângulos. O intuito da atividade era de que eles deduzissem as fórmulas do número de diagonais que partem de um único vértice, fórmula total de diagonais do polígono e a fórmula da soma dos ângulos interno, para isso tiveram uma tabela para ser preenchida.

Tabela 10 Atividade Polígonos

Polígono convexo	Nº de lados	Vértices	Número triângulos	Número de diagonais que partem de um	Total de diagonais Do polígono	Soma dos Ângulos Internos

				único vértice		
Triângulo						
Quadrilátero						
Pentágono						
Hexágono						
Heptágono						
Octógono						
Eneágono						
Decágono						

Nós professoras pensamos que os alunos teriam bastante dificuldade em realizar a atividade, porém fomos surpreendidas. Eles tiveram bastante facilidade: a partir do quinto polígono já conseguiram deduzir a fórmula, anotaram os resultados a partir da fórmula e abandonaram o auxílio do geoplano. Para fechar a atividade pedimos para que eles fossem preencher a tabela no quadro.

Figura 107

Fonte 64 Autores

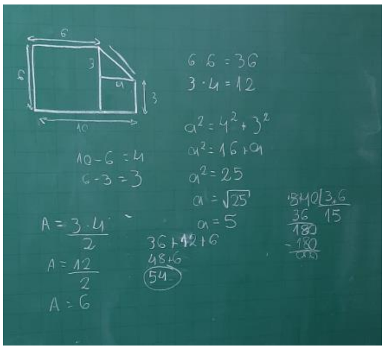
Figura 106 Preenchimento da tabela pela professora

Fonte 63 Autores

Após o intervalo apresentemos as lâminas com as fórmulas de alguns polígonos que mais aparecem no Enem e vestibulares, e que também ajudariam eles a resolverem a lista. Em seguida foi pedido para que eles resolvessem os exercícios da lista, e posteriormente foi feito a correção no quadro, muitos alunos se voluntariaram a ir resolver no quadro.

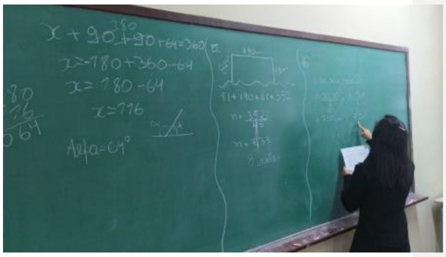
Tivemos um momento em que uma aluna foi ao quadro resolver a uma questão em que envolvia área de um trapézio, mas por ela não enxergar que a figura se tratava de um trapézio ela decompôs a figura em figuras que ela já conhecia, resultando em dois retângulos e um triângulo, ela calculou as áreas dos retângulos corretamente, mas quando chegou no triangulo ela aplicou Pitágoras, onde ao invés de descobrir o valor da área descobriu o valor da hipotenusa, talvez esse erro foi mecânico pois aulas passadas trabalhemos com esse conteúdo, quando a questionemos ela logo percebeu que havia cometido um equívoco e fez a correção.

Figura 108 Resolução de aluno



Fonte 65 Autores

Figura 109 Explicação de atividade



Fonte 66 Autores

Para finalizar separemos a turma em dois grupos para realizar um jogo da velha, desenhamos no quadro o jogo da velha e cada grupo na sua vez de jogas as professoras sorteavam um papelzinho do monte no qual contia perguntas sobre polígonos e suas propriedades, se eles acertarem podem marcar X ou O no jogo, se não passa a vez para o próximo grupo.

14. Encontro 10

14.1. Plano de Aula Encontro 10

PROMAT – 10º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 10º ENCONTRO – 14/05/2022

Conteúdo:

Geometria Círculo e circunferência.

Objetivo geral:

Compreender o cálculo de área do círculo e perímetro da circunferência e aplicar seu conhecimento nas questões do Enem e Vestibular.

Objetivos específicos: objetiva-se que ao final do encontro os alunos sejam capazes de:

- Diferenciar circunferência e círculo.
- Reconhecer os elementos circunferência.
- Calcular o perímetro da circunferência e encontrar o número pi.
- Compreender o cálculo da área de um círculo e área de um setor circular.

Tempo de execução

Uma hora aula de 3 horas e 40 minutos.

Recursos didáticos

Quadro, giz, apagador, atividades impressas, multimídia, computador e lápis.

Encaminhamento metodológico:

1. Iniciaremos a aula dividindo a sala em grupos conforme a quantidade de alunos que virão. Em seguida entregaremos a folha de atividades (Anexo 1), então apresentaremos os elementos da circunferência, bem como a diferença entre círculo e circunferência.

2. Na sequência entregaremos para os alunos diversos objetos circulares e barbante, então solicitaremos que os alunos sigam os passos abaixo, e no decorrer da atividade anotem os resultados na tabela, presente na folha de atividades entregue (Anexo 1)

- Perímetro: Contorne o objeto com o barbante, em seguida entenda o barbante sobre a régua e anote o resultado.

- Diâmetro: Meça o diâmetro do objeto e anote o resultado.

Em seguida dívida o perímetro de cada objeto pelo seu respectivo diâmetro, e anote o resultado.

Em seguida, a partir de uma conversa com os alunos, esperamos concluir que com este cálculo encontramos o número pi. E sabendo o número pi e o raio ou diâmetro de uma circunferência conseguimos calcular o perímetro desta circunferência.

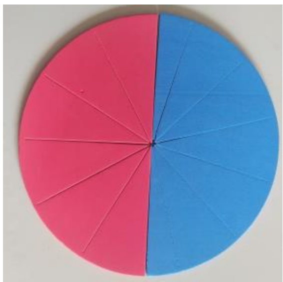
Deixar um tempo para os alunos encontrarem a fórmula.

3. Na sequência, solicitaremos que os alunos resolvam os 5 primeiros exercícios sobre comprimento da circunferência. Em seguida resolveremos alguns no quadro.

4. Intervalo. (20 min)

5. Entregaremos para os alunos um círculo conforme a figura 1.

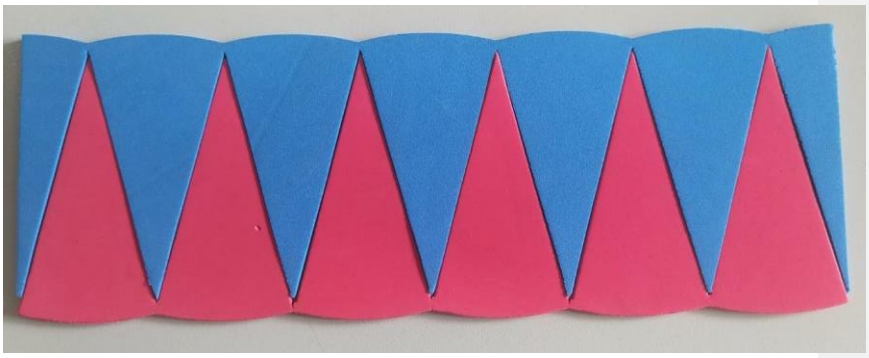
Figura 110 Círculo para trabalhar área



Fonte 67 Autores

Em seguida solicitaremos que eles manipulem o círculo para chegar na Figura 2.

Figura 111 Construção do círculo



Fonte 68 Autores

Então mostraremos que quanto menor forem os setores do círculo, mais perto chegamos de um retângulo, e, portanto, a área do círculo é igual a área deste retângulo construído.

Deixaremos um momento para os alunos chegaram na conclusão de que a área do círculo é

$A = \pi . r^2$

6. Deixaremos o restante da aula para a resolução dos exercícios da lista.

Avaliação

A avaliação será feita por meio da observação da participação e dos registros dos alunos na aula, sua interação com os colegas e professores. Ao final da aula os professores entregarão a eles alguns exercícios, os quais ajudarão a identificar o aproveitamento e rendimento dos alunos na aula.

14.2. Material Entregue Encontro 10

PROMAT
10° ENCONTRO – 14/04/2022
Geometria – Círculo e Circunferência

Circunferência

A circunferência é o conjunto dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância (denominada raio) de um ponto no plano (denominado centro).

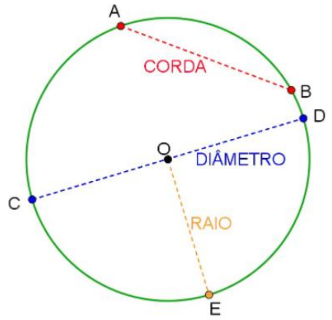
Círculo

O círculo de raio r é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância do centro é menor ou igual a um valor dado r (chamado raio). O círculo é delimitado pela circunferência.

Elementos da circunferência

Corda: é qualquer segmento que une dois pontos da circunferência.
Diâmetro: é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Figura 112 Elementos de uma circunferência



ATIVIDADE COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Tabela 11 Atividade

Objeto	Perímetro	Diâmetro	Razão P/D

Fonte 69 Autores

Com esta atividade concluímos que o comprimento da circunferência é ____________

ÁREA DO CÍRCULO

Ao concluir a atividade feita em sala, encontramos que a área do círculo é _______________

Problemas:

1. Vamos considerar que a Terra seja uma esfera lisa, e o equador uma circunferência imaginária. O raio do equador é também o raio da Terra. Sabendo que o Equador tem um comprimento de 40 000 km, determine o comprimento do raio da terra.

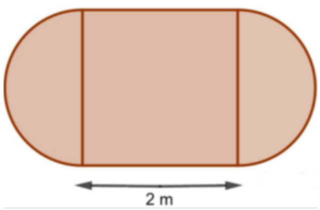
2. (UEM - PR). Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

3. Considere um quadrado com lado de 15 cm inscrito em uma circunferência. Considerando $\pi = 3{,}14$ e $\sqrt{2} = 1{,}41$, determine a medida aproximada do comprimento da circunferência com arredondamento de uma casa decimal.

4. A roda de um ônibus tem 90 cm de raio. Que distância o ônibus terá percorrido quando a roda der 120 voltas?

5. A superfície de uma mesa é formada por um quadrado de lado igual a 2m e dois semicírculos, um em cada lateral, conforme mostra a figura. Calcule o perímetro e a área da superfície da mesa.

Figura 113 Imagem para o exercício 5



6. Considerando que uma pizza tradicional grande possui 35 cm de raio e uma pizza tradicional pequena apresenta 25 cm, determine a diferença entre a área das duas pizzas.

7. (UESPI) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 6 metros de raio. Se o terreno tivesse 12 metros de raio, quanto tempo o trabalhador gastaria para limpar tal terreno?

a) 6h b) 9h c) 12h d) 18h e) 20h

8. (Furb - SC) "Lixo é basicamente qualquer resíduo sólido proveniente das atividades humanas ou gerado pela natureza em aglomerados urbanos. O lixo faz parte de nossa vida e tratá–lo bem é uma questão de bom senso, cidadania e bem-estar agora e principalmente no futuro." (www.loucosporlixo.com.br).

Pensando nisso, um grupo teatral quer representar uma peça sobre a importância da reciclagem do lixo. Eles querem montar um cenário no qual 3 paredes de 4m de altura por 5m de comprimento, deverão ser revestidas de CDs defeituosos. Sabendo que cada CD possui 12 cm de diâmetro, quantos CDs aproximadamente, serão necessários para revestir essas paredes? (Use π = 3,14)

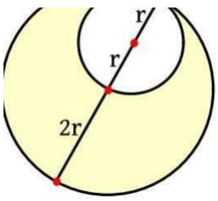
a) 5200 b) 5300 c) 5400 d) 5500 e) 5600

9. Planeja – se construir uma piscina circular com uma ilha no meio também circular. Sabendo que o raio da ilha possui 30 m e que o raio da piscina possui 50 m, qual é a área da superfície da piscina?

a) 7850 m² b) 7580 m² c) 2826 m² d)2682 m² e) 5024 m²

10. Considerando r = 1, a área da superfície colorida na figura ao lado é:

Figura 114 Imagem para o exercício 10



a) 2π

b) 3π

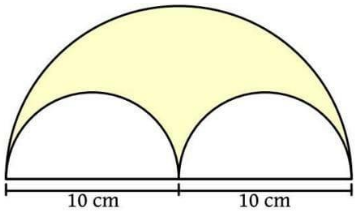
c) 4π

d) 8π

e) 16π

11. Determine a área da superfície colorida ao lado:

Figura 115 Imagem para o exercício 11



a) 20π

b) 25π

c) 50π

d) 75π

e) 100π

14.3. Resolução de Exercícios Encontro 10

1. Vamos considerar que a Terra seja uma esfera lisa, e o equador uma circunferência imaginária. O raio do equador é também o raio da Terra. Sabendo que o Equador tem um comprimento de 40 000 km, determine o comprimento do raio da terra.

40 000 km comprimento da circunferência do Equador.

$$C = 2\pi r$$

$$40\,000 = 2\pi r$$

$r = 6.366{,}19$ km

2. (UEM - PR). Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

d = 80 m = 0,08km

r = 0,04 km

Comprimento da pista:

$$C = 2\pi r$$

3. Considere um quadrado com lado de 15 cm inscrito em uma circunferência. Considerando $\pi = 3{,}14$ e $\sqrt{2} = 1{,}41$, determine a medida aproximada do comprimento da circunferência com arredondamento de uma casa decimal.

Por meio do Teorema de Pitágoras, determinamos a diagonal do quadrado, que corresponde ao diâmetro da circunferência.

$$d^2 = 15^2 + 15^2$$
$$d^2 = 225 + 225$$
$$d^2 = 450$$
$$d = 15\sqrt{2}$$
$$d = 15 \times 1{,}41$$
$$d = 21{,}15\ cm$$

Assim conseguimos calcular o comprimento da circunferência:

$$C = \pi \times 2 \times r$$
$$C = 3{,}14 \times 21{,}15$$
$$C = 66{,}411\ cm \cong 66,4\ cm$$

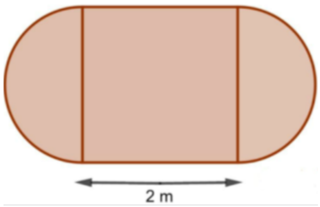
4. A roda de um ônibus tem 90 cm de raio. Que distância o ônibus terá percorrido quando a roda der 120 voltas?

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2\pi \times 90$$
$$C = 565{,}48\ cm$$

Quando a roda der uma volta ele terá percorrido $565{,}48\ cm$, portanto ao completar 120 voltas ele terá percorrido $565{,}48 \times 120 = 67.858{,}40$

5. A superfície de uma mesa é formada por um quadrado de lado igual a 2m e dois semicírculos, um em cada lateral, conforme mostra a figura. Calcule o perímetro e a área da superfície da mesa.

Figura 116 Imagem para o exercício 5



Perímetro = Pcírculo + 4

Perímetro = $2\pi r + 4$

$$P = 2\pi \,.\, 1 + 4$$

$$P = 10{,}28$$

Área = Acírculo + Aquadrado

6. Considerando que uma pizza tradicional grande possui 35 cm de raio e uma pizza tradicional pequena apresenta 25 cm, determine a diferença entre a área das duas pizzas.

7. (UESPI) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 6 metros de raio. Se o terreno tivesse 12 metros de raio, quanto tempo o trabalhador gastaria para limpar tal terreno?

a) 6h b) 9h c) 12h d) 18h e) 20h

8. (Furb - SC) "Lixo é basicamente qualquer resíduo sólido proveniente das atividades humanas ou gerado pela natureza em aglomerados urbanos. O lixo faz parte de nossa vida e tratá–lo bem é uma questão de bom senso, cidadania e bem-estar agora e principalmente no futuro." (www.loucosporlixo.com.br).

Pensando nisso, um grupo teatral quer representar uma peça sobre a importância da reciclagem do lixo. Eles querem montar um cenário no qual 3 paredes de 4m de altura por 5m de comprimento, deverão ser revestidas de CDs defeituosos. Sabendo que cada CD possui 12 cm de diâmetro, quantos CDs aproximadamente, serão necessários para revestir essas paredes? (Use π = 3,14)

b) 5200 b) 5300 c) 5400 d) 5500 e) 5600

9. Planeja – se construir uma piscina circular com uma ilha no meio também circular. Sabendo que o raio da ilha possui 30 m e que o raio da piscina possui 50 m, qual é a área da superfície da piscina?

b) 7850 m² b) 7580 m² c) 2826 m² d)2682 m² e) 5024 m²

10. Considerando r = 1, a área da superfície colorida na figura ao lado é:

f) 2π

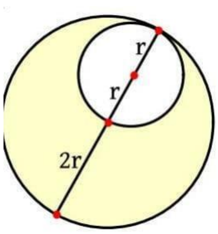
g) 3π

h) 4π

i)8π

j)16π

Figura 117 Imagem para o exercício 10



11. Determine a área da superfície colorida ao lado:

f) 20π

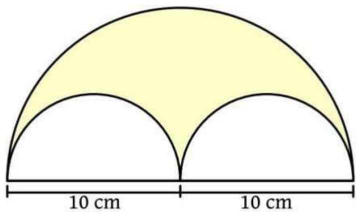
g) 25π

h) 50π

i)75π

j)100π

Figura 118 Imagem para o exercício 11



14.4. Relatório Encontro 10

10º Encontro PROMAT – 14/05

Na manhã do dia 14 de maio foi realizado o 10º encontro, que tinha como conteúdo círculos.

Iniciamos a aula entregando o material impresso para que os alunos acompanhassem juntamente com a exposição das lâminas. Começamos perguntando aos alunos se eles saberiam dizer a diferença de círculo e circunferência, e a maioria soube responder. Demos sequência fazendo uma breve explicação sobre os elementos do círculo e da circunferência.

No segundo momento, entregamos a eles objetos circulares, e barbantes para desenvolver a atividade. Primeiramente eles deveriam contornar o objeto com o barbante e em seguida esticar o barbante sobre a régua para medir o comprimento. Com a régua mediram o diâmetro do objeto. Após cada medida, eles anotaram o resultado e com esse resultado eles deviam dividir o perímetro pelo diâmetro o perímetro pelo diâmetro. Com isso concluímos junto com os alunos que com esse cálculo encontrávamos números muito próximos do Pi.

Na sequência foi pedido para que eles resolvessem os cinco primeiros exercícios da lista, nós professoras fomos até as carteiras para tirar as possíveis dúvidas.

Após o intervalo foi entregue o círculo conforme a imagem em anexo e pedimos para que eles manipulassem o círculo até formar um retângulo. Com isso, eles perceberam que quanto menores fossem os setores circulares mais perto chegariam na forma de um retângulo, e, portanto, a área do círculo é igual a área desse retângulo construído.

O resto da aula foi reservado para eles resolverem os demais exercícios da lista.

Para encerrar o encontro demos a eles uma lembrancinha e agradecemos pela participação em nossos encontros.

15. Referências

15.1. Artigo

VIEIRA, B. M. Com pandemia, aluno do ensino de SP tem pior desempenho da história. **G1**, 02 mar. 2022. Disponível em: https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/educacao/noticia/2022/03/02/pandemia-afeta-aprendizagem-e-966percent-dos-alunos-deixam-ensino-medio-em-sp-com-nivel-abaixo-do-adequado-em-matematica.ghtml Acesso em 30 jun. 2022.

BARROS, R. P. et al. Perda de Aprendizagem na Pandemia. São Paulo: Instituto Unibanco\ Insper, 2021. 56p.

PERRY, F. A. **Escalas de proficiência**: diferentes abordagens de interpretação na avaliação educacional em larga escala. 2009. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. 2 ed. Tradução: Eva Nick et al. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? *In:* Qurriculum, La Laguna, Espanha, 2012. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/~moreira/alfinal.pdf Acesso em: 30 jun. 2022.

SANTANA, M. F. **Aprendizagem significativa em David Ausubel e Paulo Freire:** regularidade e dispersões. 2013. 82 f. Dissertação (Mestrado) – UFPB/CE, João Pessoa, 2003.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

15.2. Projeto dia da Matemática

DANTAS, Tiago. Tangram. **Mundo educação**. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm. Acesso em: 14 abr.

2022.

JOGO AVANÇA COM O RESTO. Disponível em: https://mathema.com.br/jogos-eatividades/avancando-com-o-resto/. Acesso em: 14 abr. 2022.

MUSEU DE MATEMÁTICA DA UFMG. Disponível em:
<http://www.mat.ufmg.br/museu/> Acesso em: 14 abr. 2022.

TAHAN, M. **O Homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2010.

NOÉ, Marcos. Solucionando quadrados mágicos. **Brasil Escola**. Disponível em: https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/solucionando-quadradosmagicos.htm. Acesso em: 15 abr. 2022.

LOPES, Tânia Isabel Duarte. **A História dos Quadrados Mágicos**. Departamento de Matemática. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra.
Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/1Semestre/O%20que%20%C3 %A9%20um%20quadrado%20m%C3%A1gico.pdf. Acesso em: 15 abr. 2022.

GOUVEIA, Rosimar. Dia Nacional da Matemática. **Toda Matéria**. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/dia-nacional-da-matematica/. Acesso em: 19 abr.
2022.

Dia Nacional da Matemática, um caminho para a inclusão social e a melhoria do ensino. Disponível em: https://www.gov.br/cnpq/pt-br/assuntos/noticias/destaque-emcti/dia-nacional-da-matematica-um-caminho-para-a-inclusao-social-e-a-melhoria-doensino. Acesso em: 19 abr. 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. 06 maio Dia Nacional da Matemática. **Mundo Educação**. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/datas-comemorativas/06-maiodia-nacional-matematica.htm. Acesso em: 19 abr. 2022.

VIDA E OBRA MALBA TAHAN. Disponível em: https://www.malbatahan.com.br/contato/. Acessado em: 19 abr. 2022

SANTANA, Ana Lucia. Malba Tahan. **Info Escola**. Disponível em: https://www.infoescola.com/biografias/malba-tahan/. Acesso em: 19 abr. 2022.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. São Paulo: Círculo do Livro AS, 1987.

15.3. Encontro 1

JUNIOR, José R. G.; CASTRUCCI, Benedicto. Grandezas Proporcionais: Razão. In: **A Conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo, SP, FTD, 2018. cap. 1, p. 202 – 209.

ZACARIAS, Margarete L. C. **Uma proposta de ensino de frações usando a metodologia de resolução de problemas**. 2011. 91 f. Monografia (Especialização em Tecnologia no Ensino de Matemática) – Fundação Universidade Federal do Pampa, Alegrete, RS, 2012.

SILVA, Angélica F. G.; CARVALHO, Venessa C.; CAMPOS, Tânia M. M. Divisão entre frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de licenciatura em matemática. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática** – UFSC, Florianópolis, SC, v.13, n.1, p. 202 – 218, 2018.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David. **Fundamentos de matemática Elementar**: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva.. 1. ed. [*S. l.*]: Atual editora, 2006. 232 p. v. 11.

15.4. Encontro 2

Felipo. Atividades Potenciação e Radiciação. **MINHAS ATIVIDADES**, 2022. Disponível em: https://minhasatividades.com/10-atividades-de-potenciacao-e-radiciacao-matematica/. Acesso em: 29, janeiro de 2022.

CRYSTINE, Naysa. Potenciação. **ESTUDO PRÁTICO**, 2022. Disponível em: https://www.estudopratico.com.br/potenciacao/. Acesso em: 29, janeiro de 2022.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO. **APRENDER MATEMÁTICA**, 2022. Disponível em: http://aprendermmatematica.blogspot.com/p/potenciacao-e-radiciacao.html. Acesso em: 03, fevereiro de 2022.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática: 6º ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

15.5. Encontro 3

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2003.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Função polinomial"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/funcao-polinomial.htm. Acesso em 11 fev. 2022.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**: complexos, polinômios e equações. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. 260 p.

DESAFIO OBMEP – Problema: Polinômio de segundo grau. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/problema-polinomio-de-segundo-grau/ . Acesso em: 03 fev. 2022

CASTRUCCI, Benedicto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da matemática, 8°ano**. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática, 8° ano**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2010.

GA DO PROFESSOR – Experimento com caixa de papel para trabalhar polinômios. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1367/TELA-caixa_de_papel---guia_do_professor.pdf . Acesso em: 01 fev. 2022.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP – Módulo de Expressões Algébricas e Polinômios. Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/obzaw9ix44ggk.pdf . Acesso em: 03 fev. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa, et al. (Orgs). **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PROVAS UNIOESTE – 2019 e 2018. Disponível em: https://www.unioeste.br/portal/vestibular/anteriores . Acesso em: 18 fev. 2022

PROJETO MEDICINA – Exercícios Produtos Notáveis e Fatoração. Disponível em:

https://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/423/matematica_basica_fatoracao_produtos_notaveis_exercicios.pdf . Acesso em: 04 fev. 2022

15.6. Encontro 4

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de Saber matematica**. 2. ed. São Paulo: Ftd, 2012. 320 p. (7).

BONJORNO; AYRTON. **Matemática Fazendo a Diferença**. São Paulo: Ftd, 2006. (5ª a 8ª série).

Sistemas de equações. **Mundo Educação**. Disponível em: <encurtador.com.br/chC26>. Acesso em: 23, fev de 2022.

EQUAÇÃO DO 1° NO ENEM. **Super Vestibular**, 2022. Disponível em: <encurtador.com.br/oAY34>. Acesso em: 22, fev 2022.

LUIZ, Robson. "Equação do primeiro grau com uma incógnita"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/equacao-1-o-grau-com-uma-incognita.htm. Acesso em 23 de fevereiro de 2022.

SILVA, Marcos Noé Pedro. "Exercícios sobre equações e os problemas matemáticos". Brasil Escola. Disponível em: encurtador.com.br/iwFX1. Acesso em: 23, fev 2022.

Blog Lista de exercícios sobre equações do 1º grau. Blog do Enem.

GOUVEIA, Rosimar. Sistemas de Equação do 1º grau. **Toda Matéria**. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/sistemas-de-equacoes-do-1-grau-exercicios/>. Acesso em:23, fev 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Exercícios Sobre Sistemas De Equações Com O Método Da Comparação, **Mundo Educação,** 2022. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-sistemas-equacoes-com-metodo-comparacao.htm. Acesso em:24, Março 2022.

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU. **Matemática seriada,** 2015. Disponível em: <https://matematicaseriada.blogspot.com/2015/05/sistema-de-equacao-do-1-grau-exercicios.html> Acesso em: 24, março 2022.

15.7. Encontro 5

PROVA - ENEM 2009. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2009/dia2_caderno5_amarelo.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022

EXPERIMENTO 3: OBSERVANDO O NÍVEL DA ÁGUA EM UM COPO. Disponível em: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/cursos/trab2/exp3.htm. Acesso em: 23 mar. 2022

DANTE, L. R. **Matemática:** Contexto & Aplicações – Ensino Médio. Vol. 1. 1. Ed. São Paulo. Ática, 1999.

SILVA, M. S. **Projeto araribá**: Matemática 9° ano. 4. Ed. São Paulo: Moderna, 2014.

MORI, I. ONAKA, D. S. **Matemática:** Ideias e desafios, 8ª série. 14. Ed. reform – São Paulo. Saraiva, 2005.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. **Matemática:** Ensino médio. Vol 1. 6 ed. São Paulo, Saraiva, 2010.

15.8. Encontro 6

15.9. Encontro 7

MARQUES, Alex Sandro. ANDERE, André. SILVA, Pollyana Santana e CALDERUCCI, Thiago Laet de H. **Callis Matemática:** Ensino Fundamental Anos Iniciais. Editora: Poliedro, 2022.

PAIVA, Manoel. **Matemática Volume Único:** Componente curricular. Editora: Moderna, 2005.

RABELO, Rígel. Função do 2° Grau. **UFS**. Disponível em: https://daffy.ufs.br/uploads/page_attach/path/8506/Fun__o_de_2__grau.pdf. Acesso em 13 de abril, 15h.

YAMAMOTO, Thiago. Ponto de Máximo e Mínimo local por Derivada. **Matemática 9**. Disponível em: http://mat9othiagokyamamoto.blogspot.com/2017/10/ponto-de-maxima-e-minima-local-por.html. Acesso em 13 de abril, 15h.

SOUZA, Roberta Nara Sodré de. Função Quadrática. **Instituto Federal de Santa Catarina**. Disponível em: https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/9/92/Fun%C3%A7ao_2.pdf. Acesso em 13 de abril, 15h.

15.10. Encontro 8

LUIZ, Robson. Semelhança de Triângulos. **Mundo Educação.** Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/semelhanca-triangulos.htm. Acesso em: 28 de abril, 9h.

ALEXANDRE, Edigley. Prova do Teorema de Pitágoras a partir de um quadrado formado por 4 triângulos retângulos. **O Baricentro da Mente**. Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/2019/05/prova-do-teorema-de-pitagoras-a-partir-de-um-quadrado-formado-por-4-triangulos-retangulos.html . Acesso em: 28 de abril, 10h.

GOUVEIA, Rosimar. Relações Métrica no Triângulo Retângulo. **Toda Matéria.** Disponível em: https://www.todamateria.com.br/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo/. Acesso em: 28 de abril, 11h.

Teorema de Pitágoras. **Toda Matéria**. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/teorema-de-pitagoras/. Acesso em: 28 de abril,11h.

Teorema de Pitágoras. **Projeto Agatha.** Disponível em: https://www.projetoagathaedu.com.br/questoes-enem/matematica/teorema-de-pitagoras.php. Acesso em: 28 de abril, 12h.

15.11. Encontro 9

Guia do estudante: polígonos-geometria básica. Polígonos-Geometria básica. 2017. Disponível em: https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/poligonos-geometria-basica/ . Acesso em: 01 maio 2022.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Classificação de polígonos"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/classificacao-dos-poligonos.htm . Acesso em 01 de maio de 2022.

MARCIANO, Elainy. Escola educação: polígonos. Polígonos. 2020. Disponível em: https://escolaeducacao.com.br/poligonos/ . Acesso em: 01 maio 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "Polígonos convexos"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos-convexos.htm . Acesso em 03 de maio de 2022.

Projeto Araribá : matemática / obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Juliane Matsubara Barroso. -1. Ed. – São Paulo : Moderna, 2006.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. Mundo Educação: exercícios sobre polígonos. Exercícios sobre polígonos. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-poligonos.htm#questao-7166 . Acesso em: 05 maio 2022.

RESUMOV. Enem 2013 para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno. ENEM 2013 Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno. Disponível em: https://www.resumov.com.br/provas/enem-2013/para-o-reflorestamento-de-uma-area-deve-se-cercar-totalmente-com-tela-os-lados-de-um-terreno/ . Acesso em: 05 maio 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Mundo Educação: exercícios sobre o cálculo da área a partir da decomposição de figuras geométricas. Exercícios Sobre O Cálculo Da Área A Partir Da Decomposição De Figuras Geométricas. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-calculo-area-partir-decomposicao-figuras-geometricas.htm#resposta-5123 . Acesso em: 05 maio 2022.

15.12. Encontro 10

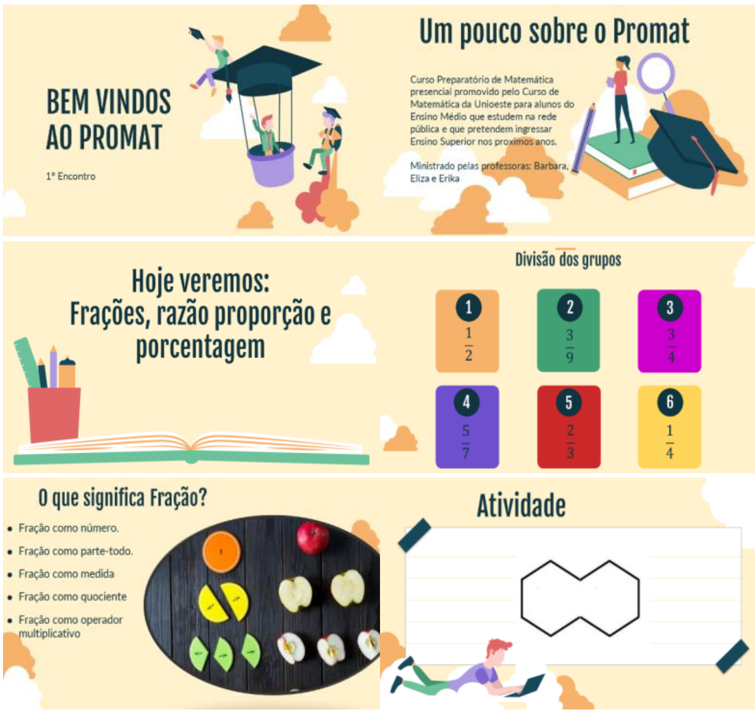
JAKUBOVIC, J. LELLIS, MARCELO. **Matemática na medida certa**. 7ª série. 3 ed. São Paulo, Scipione, 1995.

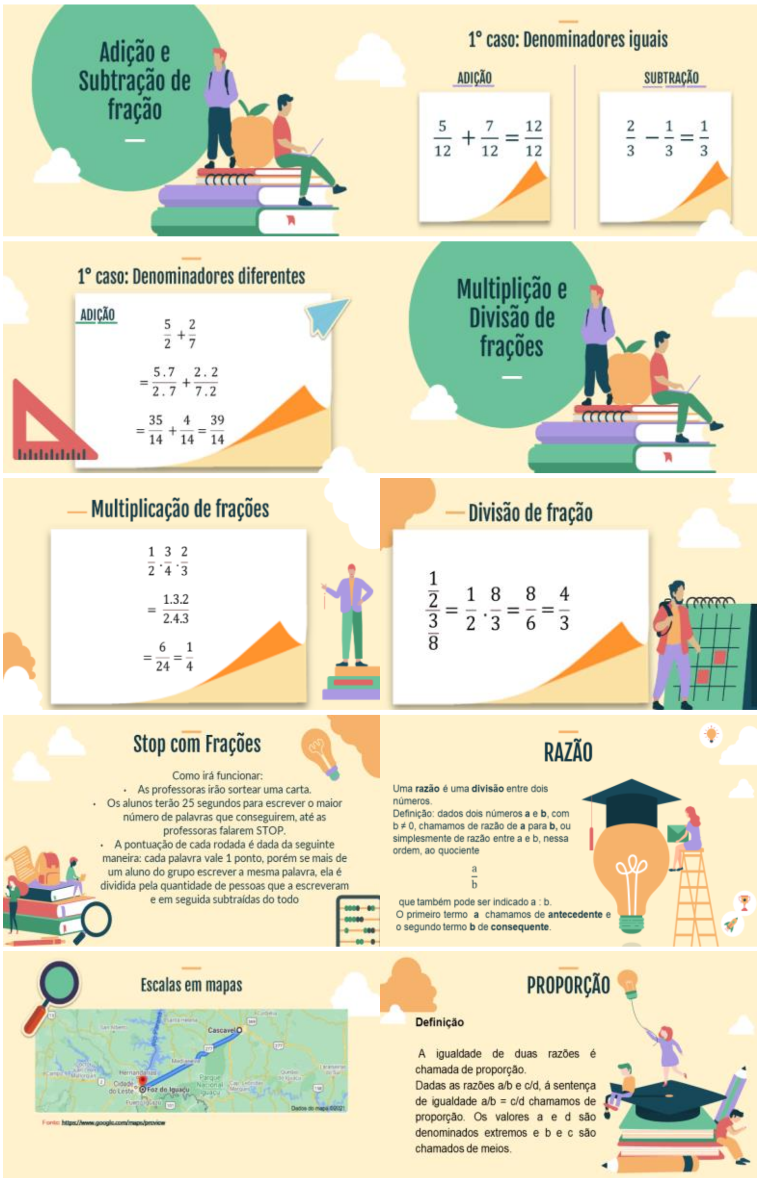
RIBEIRO, Amanda Gonçalves. **Exercícios brasil escola**: exercícios sobre comprimento da circunferência e área do círculo. EXERCÍCIOS SOBRE COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DO CÍRCULO. Disponível em: https://m.exercicios.brasilescola.uol.com.br/amp/exercicios-matematica/exercicios-sobre-comprimento-area-circunferencia.htm . Acesso em: 29 maio 2020.

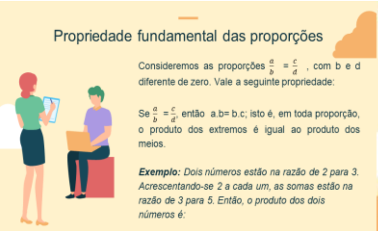
MARCIANO, Elainy. Escola Educação: lista de exercícios sobre comprimento da circunferência. Lista de exercícios sobre comprimento da circunferência. Disponível em: https://escolaeducacao.com.br/exercicios-sobre-comprimento-da-circunferencia/ . Acesso em: 29 maio 2022.

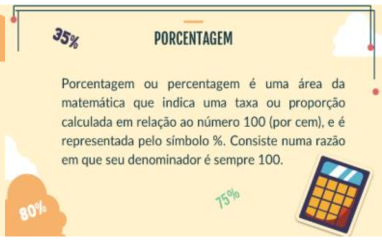
16. Apêndices

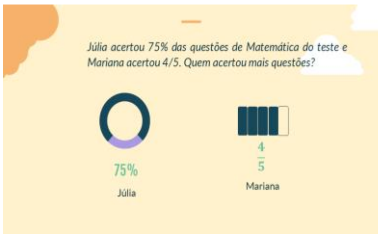
16.1. Encontro 1



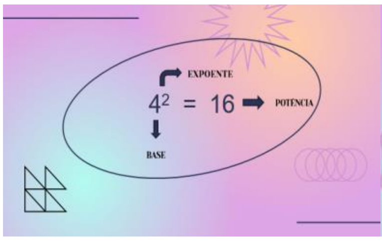

Adição e Subtração de fração
1° caso: Denominadores iguais
ADIÇÃO
$\frac{5}{12}+\frac{7}{12}=\frac{12}{12}$
SUBTRAÇÃO
$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$
1° caso: Denominadores diferentes
ADIÇÃO
$\frac{5}{2}+\frac{2}{7}$
$=\frac{5.7}{2.7}+\frac{2.2}{7.2}$
$=\frac{35}{14}+\frac{4}{14}=\frac{39}{14}$
Multiplição e Divisão de frações
Multiplicação de frações
$\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3}$
$=\frac{1.3.2}{2.4.3}$
$=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$
Divisão de fração
$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}}=\frac{1}{2}.\frac{8}{3}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$
Stop com Frações
Como irá funcionar:
• As professoras irão sortear uma carta.
• Os alunos terão 25 segundos para escrever o maior número de palavras que conseguirem, até as professoras falarem STOP.
• A pontuação de cada rodada é dada da seguinte maneira: cada palavra vale 1 ponto, porém se mais de um aluno do grupo escrever a mesma palavra, ela é dividida pela quantidade de pessoas que a escreveram e em seguida subtraídas do todo
RAZÃO
Uma razão é uma divisão entre dois números.
Definição: dados dois números a e b, com b ≠ 0, chamamos de razão de a para b, ou simplesmente de razão entre a e b, nessa ordem, ao quociente
$\frac{a}{b}$
que também pode ser indicado a : b.
O primeiro termo a chamamos de antecedente e o segundo termo b de consequente.
Escalas em mapas
Cascavel
Foz do Iguaçu
Cidade do Leste
Parque Nacional Iguaçu
Dados do mapa ©2021
Fonte: https://www.google.com/maps/preview
PROPORÇÃO
Definição
A igualdade de duas razões é chamada de proporção.
Dadas as razões a/b e c/d, á sentença de igualdade a/b = c/d chamamos de proporção. Os valores a e d são denominados extremos e b e c são chamados de meios.

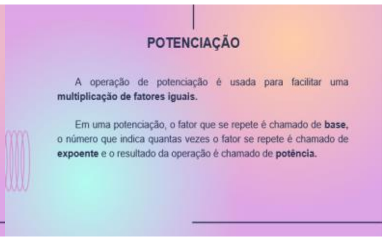


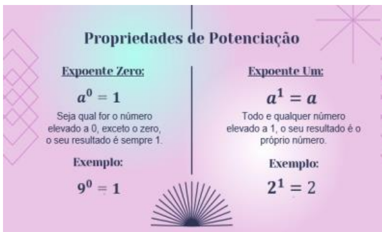


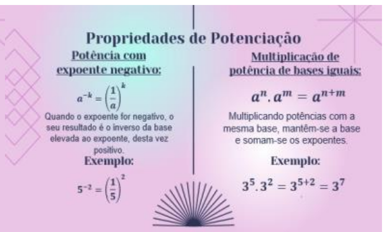


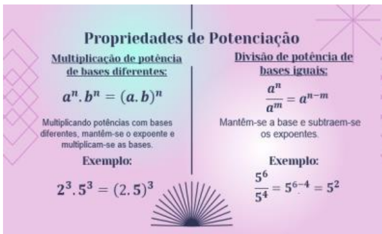
16.2. Encontro 2

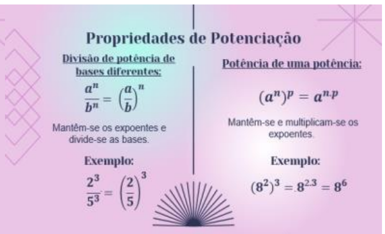


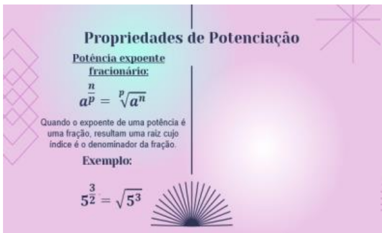




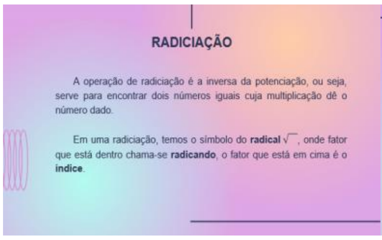


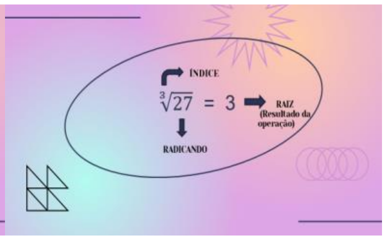

Propriedades de Potenciação
Multiplicação de potência de bases diferentes:
$a^n . b^n = (a.b)^n$
Multiplicando potências com bases diferentes, mantêm-se o expoente e multiplicam-se as bases.
Exemplo:
$2^3 . 5^3 = (2.5)^3$
Divisão de potência de bases iguais:
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
Mantêm-se a base e subtraem-se os expoentes.
Exemplo:
$\frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2$


Propriedades de Potenciação
Divisão de potência de bases diferentes:
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Mantêm-se os expoentes e divide-se as bases.
Exemplo:
$\frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$
Potência de uma potência:
$(a^n)^p = a^{n.p}$
Mantêm-se e multiplicam-se os expoentes.
Exemplo:
$(8^2)^3 = 8^{2.3} = 8^6$


Propriedades de Potenciação
Potência expoente fracionário:
$a^{\frac{n}{p}} = \sqrt[p]{a^n}$
Quando o expoente de uma potência é uma fração, resultam uma raiz cujo índice é o denominador da fração.
Exemplo:
$5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3}$

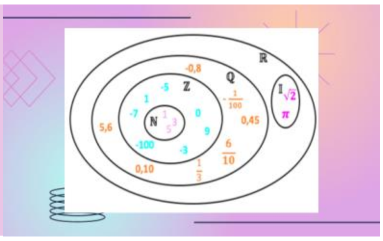

02
Radiciação


RADICIAÇÃO
A operação de radiciação é a inversa da potenciação, ou seja, serve para encontrar dois números iguais cuja multiplicação dê o número dado.
Em uma radiciação, temos o símbolo do radical $\sqrt{\ }$, onde fator que está dentro chama-se radicando, o fator que está em cima é o índice.

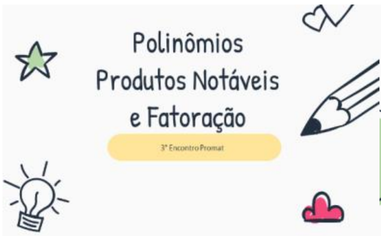

ÍNDICE
$\sqrt[3]{27} = 3$
RAIZ (Resultado da operação)
RADICANDO

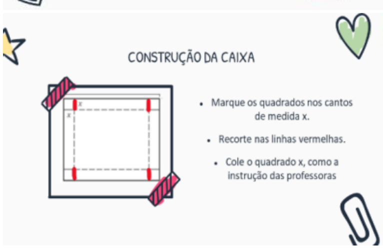

Propriedades de Radiciação
Potência de uma raiz:
$(\sqrt[n]{a})^n = a$
Quando o índice da potência apresenta o mesmo índice da raiz, ambos se anulam.
Exemplo:
$(\sqrt{5})^2 = 5$


Propriedades de Radiciação
Raiz de uma potência e potência de uma raiz:
$(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$
Quando uma raiz é base de uma potência, o índice da potência p, passa a ser índice do radicando.
Exemplo:
$(\sqrt[2]{3})^4 = \sqrt[2]{3^4}$



16.3. Encontro 3





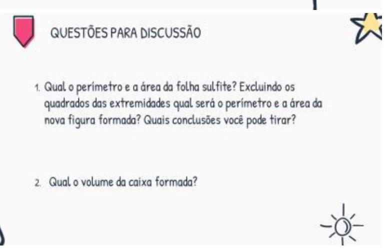
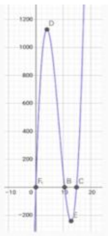


GRAFICO DA FUNÇÃO V(X)

3. Analisando o gráfico quais valores o x pode assumir?

4. Qual seria a medida dos quadrados das extremidades, caso nosso objetivo fosse encontrar o maior volume possível para a caixa formada?



Polinômios

Monômios: Denomina-se monômio ou termo algébrico toda expressão algébrica representada apenas por um número, ou apenas por uma variável, ou por uma multiplicação de números e variáveis, em que a variável não esteja nem no denominador nem no radical.
Exemplo de monômios:

$-3x^2$; $2x^3$; x^2; 5abc; x; 3.

Grau de um monômio: O grau de um monômio com coeficiente não nulo é dado pela soma dos expoentes das variáveis.
Exemplo: $6x^2y^5$ o monômio é de grau 7 (2+5=7).

Polinômios: Polinômio é a soma finita de monômios.

Exemplos de polinômios:

$\underbrace{1 + 2x + 3x^2 - 5x^3}_{Polinômio\ de\ 3\ termos}$ $\underbrace{1 + 7x^4}_{Polinômio\ de\ 2\ termos}$

Grau de um polinômio: O grau de um polinômio reduzido corresponde ao do termo não-nulo de maior grau.
Por exemplo: $14y^4 - 16x^5y + 8x^4z^3$
$14y^4$ é do $4^0 grau$
$16x^5y$ é do $6^0 grau$
$8x^4z^3$ é do $7^0 grau$
Logo o polinômio é do 7º grau.

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS
Adição e subtração:

Exemplo: Seja $f(x) = 25x^2 + 4x + 5$ e $q(x) = 4x^2 - 2x + 2$

Soma: $f(x) + g(x) =$

Exemplo: Seja $f(x) = 25x^2 + 4x + 5$ e $q(x) = 4x^2 - 2x + 2$

Subtração: $f(x) - g(x)$=

Multiplicação e divisão de polinômios:

Multiplicar polinômio exige a aplicação da propriedade distributiva, ou seja, multiplicamos cada um dos termos do primeiro polinômio por cada um dos termos do segundo termo.

Seja $f(x) = (x^2 + 2x - 2)$ e $g(x) = (x + 1)$
Multiplicação: $f(x) \,.\, g(x) =$

Divisão: para calcular a divisão entre dois polinômios, recorremos ao mesmo método que utilizamos para calcular a divisão de dois números, o método de chaves.

Seja $f(x) = 15x^2 + 11x + 2$ e $g(x) = 3x + 1$
Divisão: $\frac{f(x)}{g(x)} =$

ATIVIDADE 2. Qual alternativa representa a área da figura:

a) (y-x)²
b) (y-2x)²
c) (y+2x)²
d)(y-2x)(y+2x)

Produtos Notáveis

Os produtos notáveis são casos de expressões algébricas que envolvem padrões de multiplicação, onde os termos são polinômios. Os principais casos são:

1. Quadrado da soma de dois termos:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(2x+4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$

2. Quadrado da diferença de dois termos:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(3-y)^2 = 9 - 6y + y^2$

3. Produto da soma pela diferença de dois termos:

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(1 - x)(1 + x) = 1 - x^2$

4. Produto da forma $(x + p).(x + q)$:

$(x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$

$(x + 2)(x + 5) = x^2 + (2 + 5)x + 10$

5. Cubo da soma de dois termos:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(x+3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

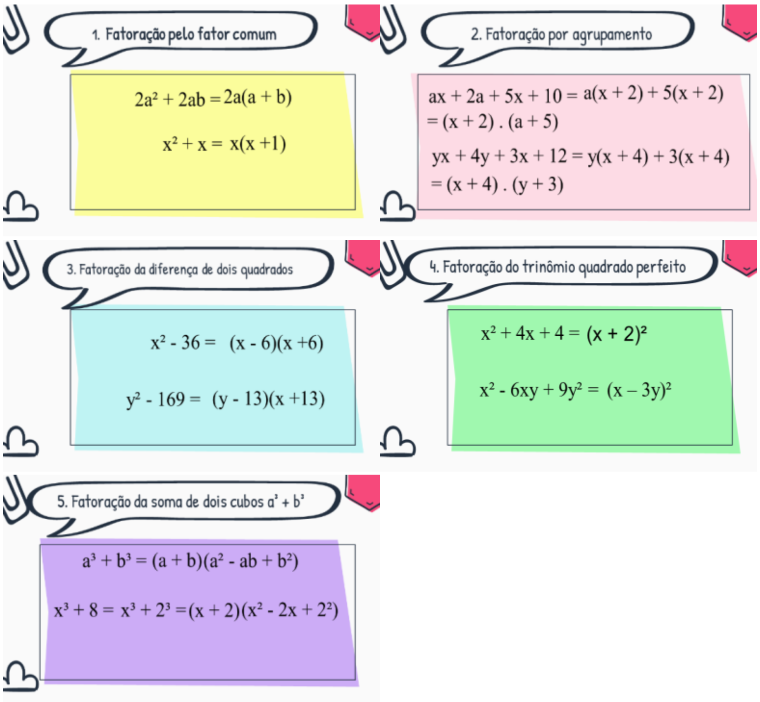
5. Cubo da diferença de dois termos:

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

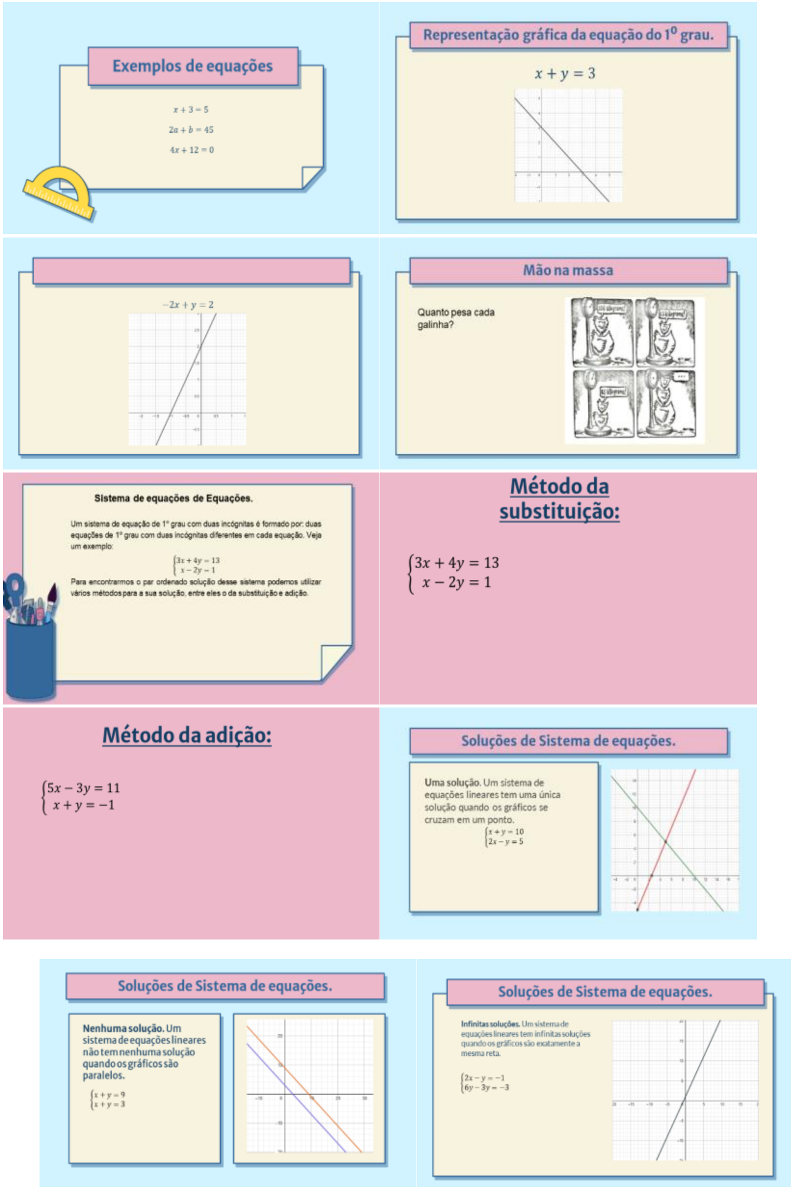
$(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 8x - 8$

FATORAÇÃO

Ao se fatorar uma expressão algébrica tem como objetivo escrevê-la em uma expressão mais simples



16.4. Encontro 4



16.5. Encontro 5

16.6. Encontro 6

Radiciação

Exercícios

5) (UFRGS) A expressão é igual a:

$$\frac{5\sqrt[12]{64}-\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt[4]{324}}$$

a) $\sqrt{2}+3\sqrt{3}\ /\ 4\sqrt{2}$.
b) $5\sqrt{2}$.
c) $\sqrt{3}$.
d) $8\sqrt{2}$.
e) 1.

$$\frac{5.2^{\frac{6}{12}}-3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\sqrt[4]{2^2}}$$

$$\frac{5\sqrt{2}\quad 3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{2}}$$

1

Produtos notáveis

Quadrado da soma de dois termos:
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Quadrado da diferença de dois termos:
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

Produto da soma pela diferença de dois termos:
$$(a+b).(a-b)=a^2-b^2$$

Produto da forma (x + p).(x + q):
$$(x+p).(x+q)=x^2+(p+q)x+pq$$

Cubo da soma de dois termos:
$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

Cubo da diferença de dois termos:
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

1) (FATEC) Ao entrar na sua sala de aula, Pedro encontrou as seguintes anotações no quadro:
$a + b = 6$
$a . b = 4$
$a^2 + b^2 = ?$
Usando seus conhecimentos sobre produtos notáveis, Pedro determinou corretamente o valor da expressão $a^2 + b^2$. Esse valor é:
a)26 b) 28 c) 32 d)36

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a+b)^2=36$$
$$36=a^2+2.4+b^2$$
$$36-8=a^2+b^2$$
$$a^2+b^2=28$$

Equação do 1° grau e Sistemas

10) A soma das idades de Joaquim e Lúcio é 60 anos. Sabendo que a idade de Joaquim é o triplo da idade de Lúcio, qual é a idade de cada um deles?

a) 15 e 45 anos
b) 30 e 30 anos
c) 20 e 40 anos
d) 5 e 55 anos
e) 10 e 50 anos

J = Idade de Joaquim L = Idade de Lúcio

Então teremos que,
J + L = 60 → 1° Equação
J = 3 x L → 2° Equação

$$\begin{cases} J + L = 60 \\ J = 3L \end{cases}$$ → Sistema de equação do 1° grau

$$\begin{cases} J + L = 60 \\ J = 3L \end{cases}$$

Método da Substituição e da Adição

No **método da substituição** escolhemos uma equação e isolamos uma incógnita, para descobrirmos o seu valor, em seguida substituímos o seu valor na segunda equação.

No **método da adição** nosso objetivo principal é eliminar uma incógnita através da soma das duas equações, para isso a incógnita nas duas equações devem tem o mesmo valor e sinal contrário. Para isso multiplicamos uma das equações por um número que nos permite eliminar uma das incógnitas, assim teremos o valor da incógnita que restou, para descobrir o valor da segunda incógnita basta substituir seu valor em uma das equações.

$$\begin{cases} J + L = 60 \\ J = 3L \end{cases}$$
→ 1° Equação
→ 2° Equação

Substituindo o valor de J na 1° equação teremos:

3L + L = 60
4L = 60
L = 15 anos

Então aqui encontramos que a idade de Lúcio é 15 anos

Substituindo este valor na 2° equação teremos:

J = 3 . 15
J = 45

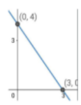
Portanto a idade de Joaquim é 45 anos

Função Afim

Chama-se função polinomial do 1° grau, ou função afim, a qualquer função f:ℝ→ℝ dada pela lei de formação
f(x) = ax + b, com a ≠ 0 e, a e b ϵ ℝ.

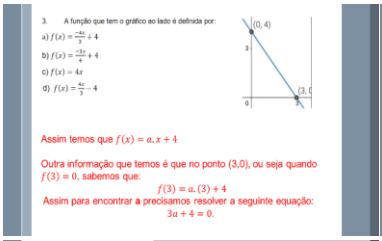
3. A função que tem o gráfico ao lado é definida por:

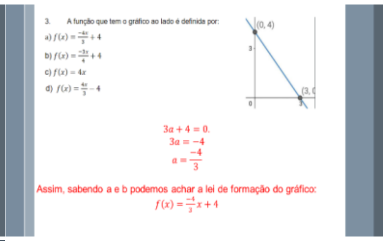
a) $f(x)=\frac{-4x}{3}+4$
b) $f(x)=\frac{-3x}{4}+4$
c) $f(x)=4x$
d) $f(x)=\frac{4x}{3}-4$

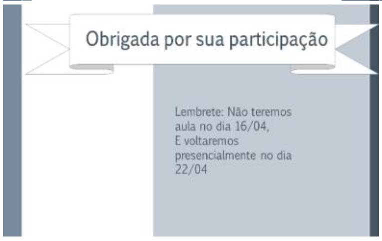


Para resolver esta questão temos que analisar o gráfico.
O gráfico nos mostra duas informações, a primeira é:

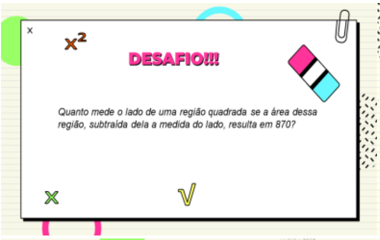
$f(0)=4$, ou seja quando x = 0, y =4
Com isso temos que $f(0)=a.0+b$, portanto:
$$a.0+b=4$$
$$b=4$$

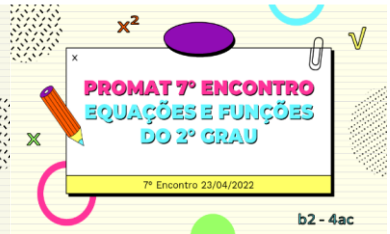


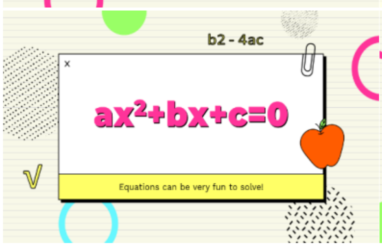


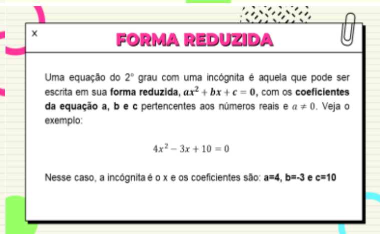


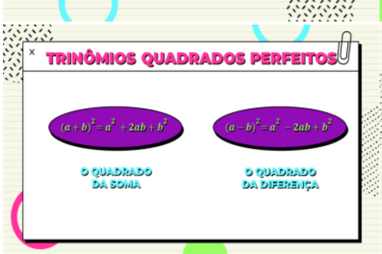
16.7. Encontro 7

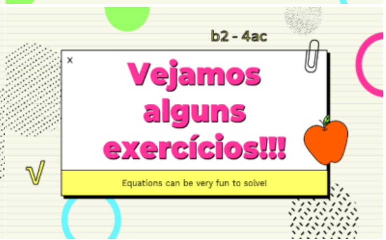


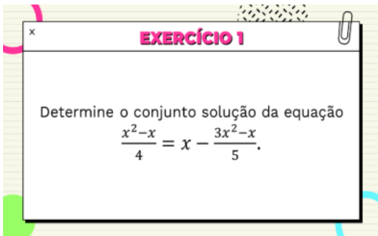


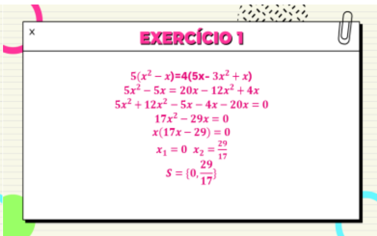


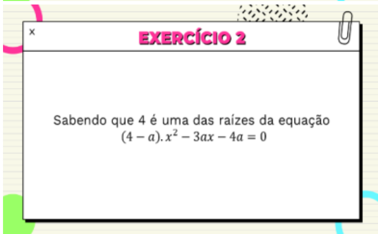


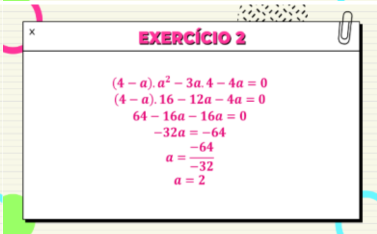


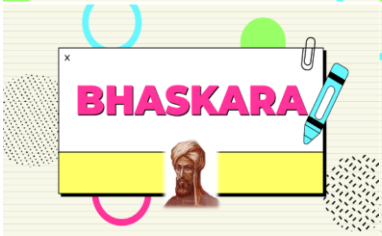


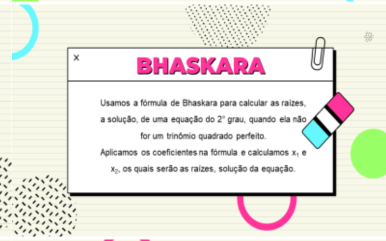

×
EXERCÍCIO 1
Determine o conjunto solução da equação
$\frac{x^2-x}{4} = x - \frac{3x^2-x}{5}$.

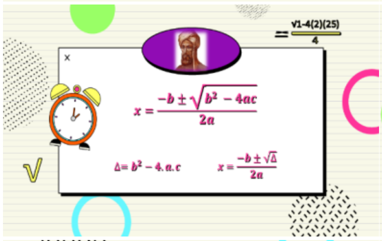

×
EXERCÍCIO 1
$5(x^2 - x)$=4(5x- $3x^2 + x$)
$5x^2 - 5x = 20x - 12x^2 + 4x$
$5x^2 + 12x^2 - 5x - 4x - 20x = 0$
$17x^2 - 29x = 0$
$x(17x - 29) = 0$
$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{29}{17}$
$S = \{0, \frac{29}{17}\}$


×
EXERCÍCIO 2
Sabendo que 4 é uma das raízes da equação
$(4-a).x^2 - 3ax - 4a = 0$

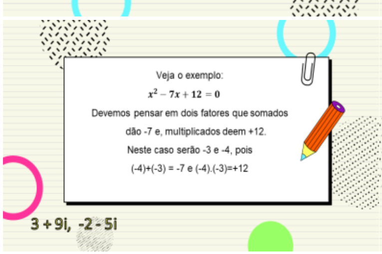

×
EXERCÍCIO 2
$(4-a).a^2 - 3a.4 - 4a = 0$
$(4-a).16 - 12a - 4a = 0$
$64 - 16a - 16a = 0$
$-32a = -64$
$a = \frac{-64}{-32}$
$a = 2$

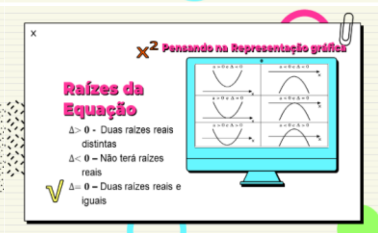

×
BHASKARA


×
BHASKARA
Usamos a fórmula de Bhaskara para calcular as raízes,
a solução, de uma equação do 2° grau, quando ela não
for um trinômio quadrado perfeito.
Aplicamos os coeficientes na fórmula e calculamos x_1 e
x_2, os quais serão as raízes, solução da equação.

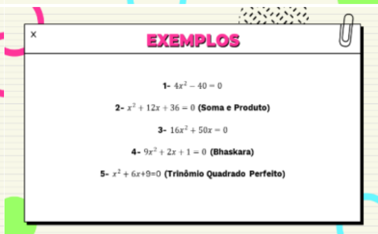

$= \frac{\sqrt{1-4(2)(25)}}{4}$
×
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$\Delta = b^2 - 4.a.c$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$


×
SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$
SOMA
PRODUTO


Veja o exemplo:
$x^2 - 7x + 12 = 0$
Devemos pensar em dois fatores que somados
dão -7 e, multiplicados deem +12.
Neste caso serão -3 e -4, pois
(-4)+(-3) = -7 e (-4).(-3)=+12
3 + 9i, -2 - 5i


×
x^2 Pensando na Representação gráfica
Raízes da Equação
$\Delta > 0$ - Duas raízes reais distintas
$\Delta < 0$ – Não terá raízes reais
$\Delta = 0$ – Duas raízes reais e iguais


b2 - 4ac
×
Vamos resolver juntos!
Equations can be very fun to solve!


×
EXEMPLOS
1- $4x^2 - 40 = 0$
2- $x^2 + 12x + 36 = 0$ (Soma e Produto)
3- $16x^2 + 50x = 0$
4- $9x^2 + 2x + 1 = 0$ (Bhaskara)
5- $x^2 + 6x$+9=0 (Trinômio Quadrado Perfeito)


INTERVALO!
20 min.


FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2° GRAU OU FUNÇÃO QUADRÁTICA

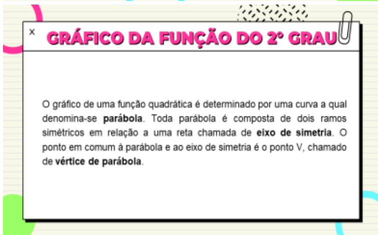


GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2° GRAU
O gráfico de uma função quadrática é determinado por uma curva a qual denomina-se parábola. Toda parábola é composta de dois ramos simétricos em relação a uma reta chamada de eixo de simetria. O ponto em comum à parábola e ao eixo de simetria é o ponto V, chamado de vértice de parábola.

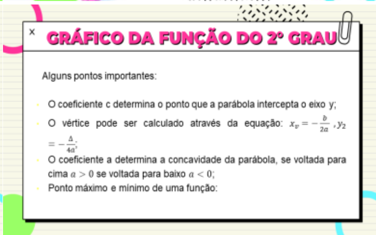


GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2° GRAU
Alguns pontos importantes:
O coeficiente c determina o ponto que a parábola intercepta o eixo y;
O vértice pode ser calculado através da equação: $x_v = -\frac{b}{2a}$, $y_2 = -\frac{\Delta}{4a}$;
O coeficiente a determina a concavidade da parábola, se voltada para cima $a > 0$ se voltada para baixo $a < 0$;
Ponto máximo e mínimo de uma função:

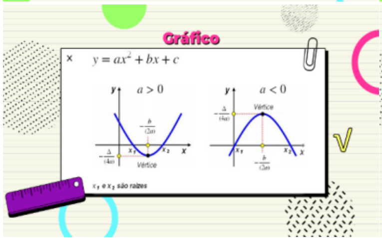
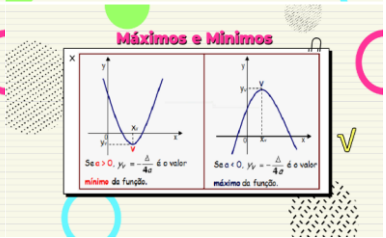
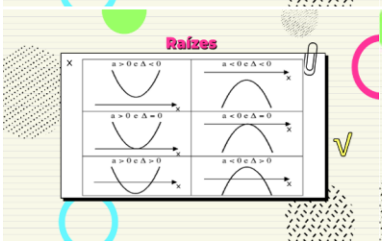


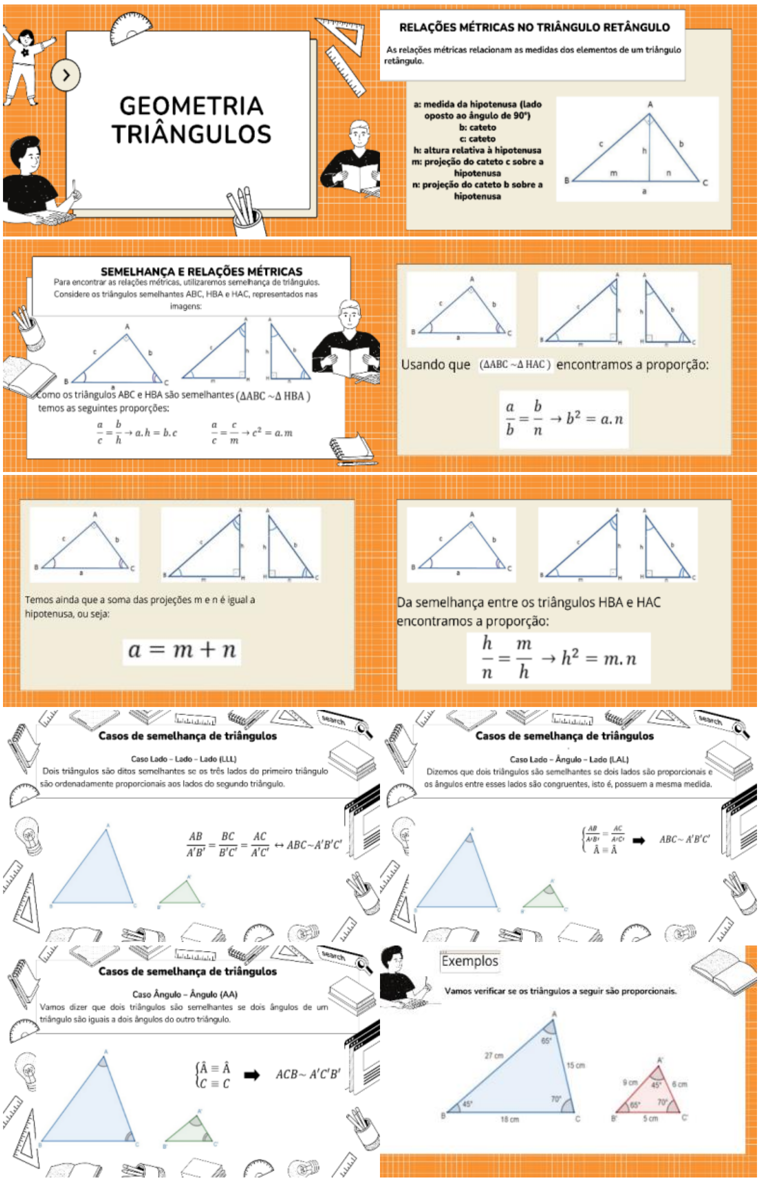
Gráfico
$y = ax^2 + bx + c$
$a > 0$
$a < 0$
Vértice
x_1 e x_2 são raízes

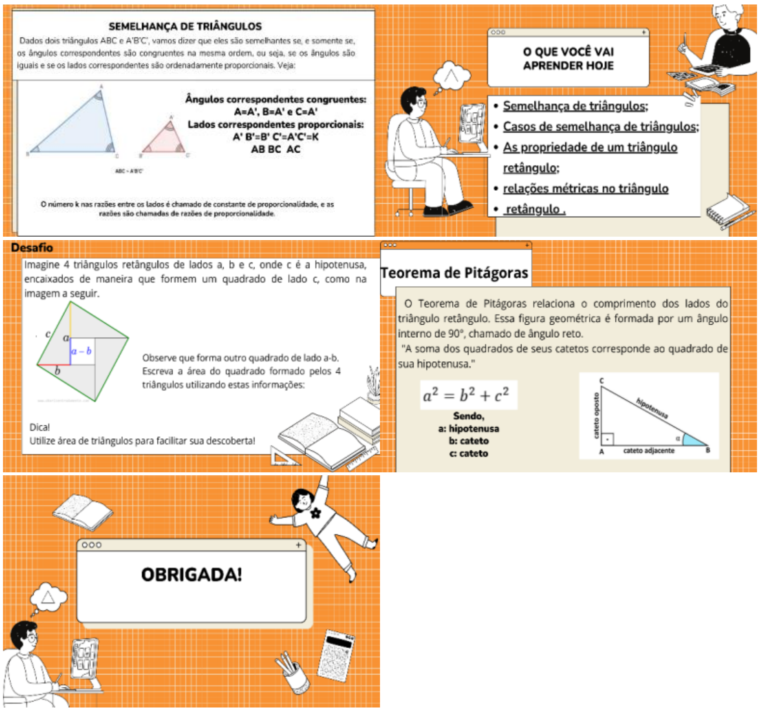

Máximos e Mínimos
Se $a > 0$, $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função.
Se $a < 0$, $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função.


Raízes
a > 0 e Δ < 0
a < 0 e Δ < 0
a > 0 e Δ = 0
a < 0 e Δ = 0
a > 0 e Δ > 0
a < 0 e Δ > 0

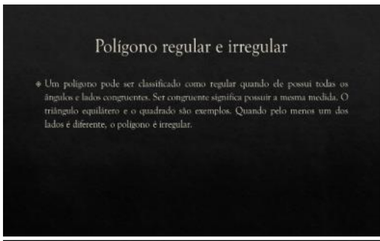

EXERCÍCIOS
MÃO NA MASSA!!!

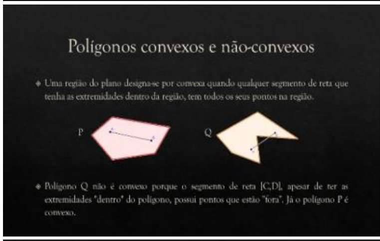
16.8. Encontro 8

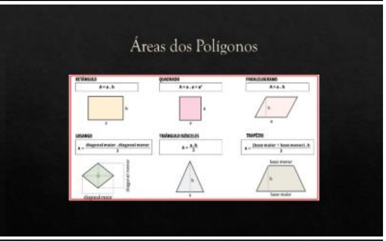


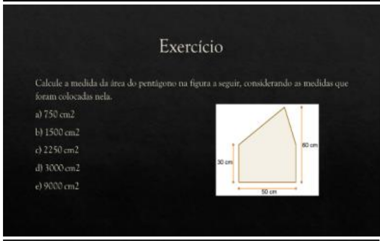


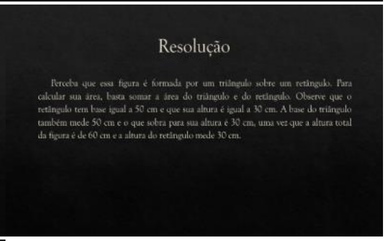
16.9. Encontro 9

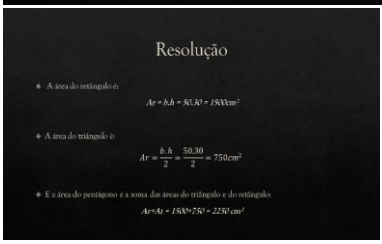




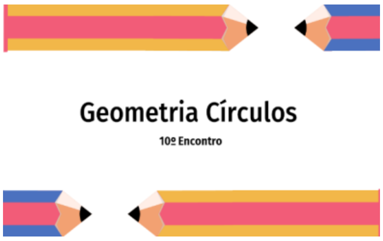






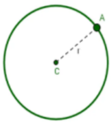


16.10. Encontro 10



Círculo e circunferência são duas figuras geométricas muito parecidas, o que pode ocasionar dúvidas sobre as suas definições. Vamos à diferenciação:

Circunferência



A circunferência é o conjunto dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância (denominada raio) de um ponto no plano (denominado centro).

Círculo

O círculo de raio r é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância do centro é menor ou igual a um valor dado r (chamado raio). O círculo é delimitado pela circunferência.